

UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
CENTRO UNIVERSITARIO DE LOS VALLES



“ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO INVESTIGANDO CONCENTRACIÓN
DE CONTAMINANTES EN EL AIRE DE LA ZONA METROPOLITANA
DE GUADALAJARA, MÉXICO”

Tesis que para obtener el título de Doctorado en Ciencias Físico Matemáticas
con orientación en Matemáticas

Presenta:

Silvia Sánchez Díaz

Director:

Dr. Rubén Sánchez Gómez

Co-director:

Dr. Jaime Alcalá Gutiérrez

Ameca, Jalisco, Junio de 2017

Agradecimientos

Mi más profundo agradecimiento al Centro Universitario de los Valles por la oportunidad recibida para culminar este logro tan importante en mi desarrollo académico.

Al Dr. Rubén Sánchez Gómez, por su paciencia infinita y apoyo incondicional sin el cual no hubiera sido posible la conclusión de este proyecto.

A los Investigadores que revisaron este trabajo por sus comentarios y sugerencias que abonaron en la mejora de este trabajo. Así como a la Mtra. Silvia Palomino Ramos por el valioso tiempo que dedicó en la revisión de este trabajo.

A las Autoridades del Centro Universitario por su apoyo incondicional en todos los trámites y requisitos necesarios para culminar este trabajo.

Al personal de la Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial por facilitarnos los datos que fueron la base de este trabajo.

A los compañeros y amigos por el apoyo moral y las horas de debate compartidas.

Dedicatorias

Dedico este trabajo a la memoria de mis Padres: Josefina Díaz Martínez y Lalo Sánchez Gálvez, ya que con su apoyo y ejemplo contribuyeron a forjar los principios y valores que guían mi vida. Estoy segura que el día de hoy, están en el cielo organizando una fiesta en mi honor acompañados de todos sus amigos. Orgullosos de la meta lograda. Cuánto diera porque Dios los dejara escapar un momento, para poder recibir su abrazo. . .

A mi familia, especialmente a mis hermanos que me han acompañado de manera incondicional en este largo proceso. Gracias por el apoyo que siempre me han brindado sin importar la dirección del viento.

Índice general

Resumen	1
1. Introducción	2
2. Algunos conceptos básicos	6
2.1. σ -campos	6
2.2. Variable Aleatoria	11
2.3. Campos Aleatorios	16
3. El método Kriging	17
3.1. Buscando el MELI	18
3.2. Estructura del Variograma	21
4. Un estudio de simulación	24
4.1. Desempeño al usar parámetros de localidad	26
4.2. Desempeño de modelos propuestos	31
5. Un caso de estudio	36
5.1. La Zona de estudio	36
5.2. Red Automática de Monitoreo Atmosférico	38
5.3. Bases de datos utilizadas	39
5.4. Discusión de resultados	42

6. Conclusiones y recomendaciones	54
A. Programas utilizados	57
Referencias	72

Resumen

Silvia Sánchez Díaz

Análisis geoestadístico investigando concentración de contaminantes en el aire de la zona metropolitana de Guadalajara, México
(Bajo la dirección de Rubén Sánchez Gómez)

El método de interpolación espacial Kriging es una herramienta de la estadística espacial, que se ha utilizado en una amplia gama de problemas de aplicación. Sin embargo, implementarlo sin tomar en cuenta las características propias de las variables de estudio, puede afectar el argumento de los resultados y las conclusiones en la estructura espacial de interés.

Por esto, en este trabajo se establece un algoritmo que permita al usuario identificar las condiciones adecuadas para investigar el comportamiento espacial de una variable y se obtienen datos empíricos mediante un estudio de simulación para detectar el mejor modelo, en términos de error en el ajuste de diferentes modelos en los datos del semivariograma, estableciendo la efectividad del método de interpolación Kriging.

Se aplican estos resultados en estudio de caso, detectando regiones de riesgo ambiental por concentraciones altas de contaminantes en el aire, analizando el comportamiento del ozono y las partículas con diámetro aerodinámico menor o igual a $10 \mu m$ en la Zona Metropolitana de Guadalajara.

Se utilizó una base de datos de registros horarios de 18 años (1996-2013) de información de estos dos contaminantes y con ellos se estimaron las concentraciones en cada punto de una malla igualmente espaciada, buscando la probabilidad condicional de exceder la norma, dado que se excede en una de las estaciones de monitoreo.

Los datos dan evidencia de regiones de riesgo ambiental bien definidas sobre la zona de estudio, mostrando un comportamiento mensual distinto para ambos contaminantes.

Capítulo 1

Introducción

En términos generales, en la *estadística espacial* se estudian magnitudes observadas en distintos puntos de una superficie, perfectamente ubicados en una región de interés y en los cuales, se tiene evidencia de variaciones impredecibles. Por el número de aplicaciones en distintos campos de la ciencia, esta herramienta ha destacado de forma importante en las últimas décadas, sobresaliendo trabajos en los que se busca caracterizar la estructura espacial de registros georeferenciados en una zona, ya sea para describir el comportamiento de una magnitud observada o bien, para reconocer patrones y trayectorias de conjuntos de puntos distribuidos de forma impredecible en la superficie con el fin de explicar el comportamiento del fenómeno sobre la región, sin menospreciar desarrollos analíticos abstractos del tema, así como estudios de simulación.

En la literatura científica se pueden encontrar trabajos como:

- el análisis de concentración de contaminantes en el aire (Carrol *et al.* 1997[1]; Sahu y Mardia, 2005[2]; Nájera *et al.* 2005[3]; Ramírez *et al.* 2009[4]; Sánchez *et al.* 2015[12]),
- en estudios sobre ciencias forestales (Baskent y Jordan, 1991[6]; Wallerman *et al.* 2002[7]; Jost *et al.* 2005[8]),
- en el análisis de magnitudes meteorológicas (Adebayo, 1987[9]; Sansó, 1999[10]; García *et al.* 2007[11]; Sánchez *et al.* 2010[12]),
- en estudios en hidrología (Neuman y Jacobson, 1984[13]),

- en tratamiento de imágenes (Mardia, 1988[14]),
- en trabajos sobre datos epidemiológicos (Carrat y Valleron, 1992[15]; Knorr-Held, 2000[16]; Brook *et al.* 2010[17]),
- en agricultura (Lark, Stafford y Bolam, 1997[18]; Wani *et al.* 2013[19]),
- en economía (Gámez, Montero y García, 2000[20]),
- en astronomía (Gentile, Courbin y Meylan, 2013[22]; Yu *et al.* 2015[21]) y
- en registros geológicos (Krige, 1951[23]; Matheron, 1963[24], 1965[25], 1971[26]),

solo por mencionar algunos casos; resaltando que esta última área es en esencia el objeto de estudio que detonó en gran parte el desarrollo de la estadística espacial, con los estudios de Krige y Matheron, quienes buscaron estimar la concentración espacial de minerales en algunas regiones para optimizar costos de trabajo y gastos de inversión.

De la lista anterior, en una gran parte de las aplicaciones se busca describir la estructura espacial de la variable de estudio sobre puntos georeferenciados en una región y de ellos, la gran mayoría incorpora series temporales de registros observados en estos puntos fijos, que pueden ser lecturas de magnitudes escalares, vectoriales, tensoriales o simplemente imágenes multidimensionales.

Por ello, la *estadística espacial* se puede observar como una generalización natural del procesamiento de señales en n dimensiones (para $n \geq 2$), en virtud de que se investigan series de tiempo unidimensionales registradas en distintos puntos de una región, incorporando además: la interacción de componentes de tipo *estacional* que obedecen ciclos; efectos de *tendencia* y parámetros de asociación como *correlación*, *covarianza* o *dependencia* en espacio y/o tiempo; así como la presencia de *componentes impredecibles* que sugieren una componente *aleatoria* bajo algún modelo probabilístico o bien, extenderse al caso mas general de procesos *estocásticos*.

Por lo anterior, si se pretende revisar, analizar o modelar conjuntos de datos de estas magnitudes, el usuario debe conocer e interpretar cada uno de estos componentes de forma consciente y aceptar que evadir alguno de ellos provoca resultados limitados o justificaciones espurias.

Además, es muy importante considerar las características particulares del fenómeno de estudio, ya que si se investigan las concentraciones de un mineral en una zona geológica, se pueden esperar condiciones estables en el tiempo, es decir, las variaciones temporales a corto y mediano plazo pueden ser muy bajas; a menos que ocurra un evento extraordinario como: un deslave, una explosión o un terremoto, modificando de forma abrupta la concentración del mineral en la zona de interés. Mientras que, si se analizan concentraciones de cualquier magnitud en la atmósfera, la variación a corto, mediano y largo plazo juega un papel fundamental, ya que los cambios impredecibles se presentan incluso en lapsos de segundos.

Si se investigan datos geológicos, se tendrá evidencia de variaciones espaciales y pequeños cambios en el eje temporal. Si se estudian datos en la atmósfera, se deben esperar variaciones en espacio y tiempo; de modo que, si se pretende describir la estructura espacial de una magnitud, se debe analizar un momento fijo en el tiempo.

Asimismo, no se debe perder de vista que un estudio espacial de magnitudes físicas implica la exploración de variaciones a partir de un punto y en todas direcciones de la superficie; mientras que en el eje temporal, solo tiene sentido reportar lecturas futuras a partir de un momento arbitrario de tiempo.

Describir el comportamiento de una superficie con lecturas observadas en distintos puntos en espacio – tiempo, posiblemente sugiere la evolución temporal de la variable en el espacio, pero no informa la estructura puramente espacial de la magnitud de estudio. De este modo, si se busca caracterizar una magnitud mediante valores extremos (máximos o mínimos), no se tendrá certeza de que los extremos observados en los puntos georeferenciados se presenten exactamente en el mismo momento del tiempo, implicando conclusiones que se soportan en resultados que se propagan en espacio – tiempo y el modelo no necesariamente representan las condiciones efectivas del fenómeno de estudio.

Por otra parte, tratar de modelar la estructura espacial de una magnitud atmosférica con base en el promedio de lecturas observadas en un periodo de tiempo, puede llevar al cálculo del valor medio entre lecturas negativas y positivas (*e.g.* temperatura en zonas desérticas), llevando al usuario a creer que el comportamiento espacial de su magnitud de estudio tiene pequeñas oscilaciones alrededor del cero y esto puede provocar conclusiones que se derivan de valores inexistentes en el fenómeno de estudio.

En el presente trabajo se muestra una alternativa para analizar estructuras espaciales de una magnitud observada en una región, de modo que se evite caer en afirmaciones de estructuras espaciales con resultados que no corresponden a las variaciones en la zona y para ello, el objetivo general es presentar una estrategia que permita reportar el comportamiento espacial de magnitudes que varían en espacio – tiempo, a partir de lecturas observadas en puntos georeferenciados en una región, cuyos objetivos particulares son:

- Determinar un algoritmo que permita implementar el modelo ideal para analizar el comportamiento espacial de magnitudes observadas en puntos georeferenciados.
- Medir, mediante un estudio de simulación, el error que se comete al implementar de forma arbitraria cualquier modelo en el ajuste de variación espacial.
- Presentar un estudio de simulación para analizar el error en el que se incurre al caracterizar un fenómeno espacial mediante parámetros de localidad.

Estructurando este trabajo de tesis como sigue: en el capítulo dos se exponen los conceptos básicos que sustentan la teoría del análisis de datos referenciados espacialmente y se muestran las características generales de los campos aleatorios; en el capítulo tres se presentan detalles del método de interpolación espacial Kriging, mientras que en el capítulo cuatro se exhiben los resultados de un estudio de simulación, implementado para investigar el error que se comete al caracterizar un fenómeno espacial mediante parámetros de localidad (mínimos, promedios, máximos) en conjuntos de datos con fuerte variación temporal; en el capítulo cinco se muestran los resultados obtenidos con datos reales observados en la zona de estudio y finalmente en el capítulo seis se presentan y discuten conclusiones, agregando opciones de trabajos futuros en esta línea de investigación.

Capítulo 2

Algunos conceptos básicos

En estas secciones se presentan algunos conceptos elementales de la *Teoría de Probabilidad* que tienen influencia directa en las aplicaciones propuestas en este trabajo, partiendo de la noción de conjuntos, bajo el contexto de *análisis real* y tomando como principales referencias [27, 28, 29, 30].

2.1. σ -campos

Considérese Ω un conjunto no vacío y sea \mathcal{A} una colección de subconjuntos de Ω , tal que $\Omega \in \mathcal{A}$. \mathcal{A} es un *campo* o un álgebra si es cerrado bajo complementos y uniones finitas, *i.e.*, si $\forall A \in \mathcal{A}$ se tiene que $A^c := (\Omega \setminus A) \in \mathcal{A}$ y para $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$, $\left\{ \bigcup_{i=1}^n A_i \right\} \in \mathcal{A}$.

Además, \mathcal{A} será un σ -*campo*¹ si se satisface cerradura en complementos y uniones contables, *i.e.*, si

$$\left\{ \bigcup_{i \in \mathbb{Z}_+} A_i \right\} \in \mathcal{A},$$

en donde \mathbb{Z}_+ representa al conjunto de enteros positivos.

La clase de todos los subconjuntos de Ω se denota por 2^Ω (*conjunto potencia* de Ω) y es el σ -campo más grande de Ω ; en tanto que, el σ -campo más pequeño es la clase formada por $\{\emptyset, \Omega\}$, denotando con \emptyset al conjunto vacío.

¹Cave señalar que el σ -campo también se conoce como σ -álgebra; no obstante, por comodidad lo llamaremos como σ -campo.

La pareja (Ω, \mathcal{A}) se conoce como *espacio*, siempre que \mathcal{A} sea un σ -campo y será un *espacio medible* o *espacio métrico* si Ω es un campo.

El espacio métrico (Ω, \mathcal{A}) usualmente se conoce como *espacio de Borel* o σ -*campo de Borel*, a sus elementos se les llama *Borelianos*, *conjuntos de Borel* o *Borel medibles* y el σ -campo \mathcal{A} se representa mediante $\mathcal{B}(\Omega)$, \mathcal{B}_Ω o simplemente \mathcal{B} .

Al mínimo σ -campo generado por la colección de todos los intervalos abiertos (a, b) , para a y b elementos del conjunto de número reales ($a, b \in \mathbb{R}$) tales que $a \leq b$, se le llama σ -campo de Borel y se representa con $\mathcal{B}(\mathbb{R})$.

Medida

Una función μ que mapea los elementos de la colección \mathcal{A} al conjunto \mathbb{R}_+ (i.e. $\mu(A) \geq 0$ para todo $A \in \mathcal{A}$) será una *medida* si y solo si $\mu(\emptyset) = 0$. Además, una medida μ definida sobre el espacio métrico (Ω, \mathcal{A}) será *aditiva contable* si para $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$, disjuntos dos a dos, se tiene que

$$\mu \left(\bigcup_{i \in \mathbb{Z}_+} A_i \right) = \sum_{i \in \mathbb{Z}_+} \mu(A_i)$$

y será *finita aditiva* si para $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$,

$$\mu \left(\bigcup_{i=1}^n A_i \right) = \sum_{i=1}^n \mu(A_i),$$

más aún, será *sub-aditiva* si para todo $A, B \in \mathcal{A}$ se tiene que

$$\mu(A + B) \leq \mu(A) + \mu(B),$$

se dice que es *monótona*, si para todo $A \subseteq B$, se tiene que $\mu(A) \leq \mu(B)$ y es *finita* (o *acotada*) siempre que $\mu(\Omega) < \infty$. Así, si μ es finita y monótona, se tiene que $\forall A \in \mathcal{A}$, $\mu(A) \leq \mu(\Omega)$ y

$$\mu : \mathcal{A} \longrightarrow [0, \mu(\Omega)].$$

Asimismo, μ será *completa* si y solo si, para cualquier A, B medibles, tales que $A \subset B$, con $\mu(B) = 0$, entonces se tiene que $\mu(A) = 0$. En tal caso se dice que A es un *conjunto de medida cero*.

La tripleta $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ formada por el campo Ω , un σ -campo \mathcal{A} definido sobre Ω y una medida μ , se conoce como *espacio métrico* o *espacio medible*.

A manera de ejemplo, cualquier mapeo $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ no decreciente y continuo por la derecha se conoce como *función de distribución* y la medida definida a partir de este mapeo, sobre el espacio métrico $(\mathbb{R}, 2^{\mathbb{R}})$, se conoce como *medida de Lebesgue-Stieltjes* y se puede definir mediante la integral

$$\mu(a, b] = \int_a^b dF(t) \quad (2.1)$$

En forma equivalente, si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ es una función no negativa e integrable (al menos Riemann integrable) sobre cada intervalo finito de \mathbb{R} , de modo que

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad (2.2)$$

entonces, la medida de Lebesgue-Stieltjes se obtiene mediante

$$\mu(a, b] = \int_a^b f(t)dt, \quad (2.3)$$

en donde el símbolo $dF(t)$ en (2.1) y (dt) en 2.3 representan elementos de medida en el conjunto de números reales.

Medida de Probabilidad

Partiendo de estos conceptos generales, para un espacio métrico (Ω, \mathcal{A}) definido sobre un campo Ω ; si la medida

$$P : \mathcal{A} \longrightarrow [0, 1] \quad (2.4)$$

es acotada, aditiva, monótona y completa, entonces se dice que P es una *medida de probabilidad*.

La terna (Ω, \mathcal{A}, P) se conoce como *espacio probabilístico* o *espacio de probabilidad*, los puntos individuales $\omega \in \Omega$ se conocen como *respuestas elementales* o *eventos elementales* y los subconjuntos medibles A de la colección \mathcal{A} se conocen como *eventos*;

mientras que la medida de A se conoce como probabilidad de A o medida de probabilidad de A y se denota por $P(A)$.

De (2.4) es inmediato afirmar que $P(\Omega) = 1$ y que además, para todo $A \in \mathcal{A}$ se tiene que $P(A) > 0$. Más aún, todos los axiomas de probabilidad señalados en la mayoría de libros de texto se hacen evidentes en consecuencia. Por ejemplo, Loève [28] en la página 8 redacta las propiedades de cerradura de un σ -campo a manera de Axioma I y utiliza la definición de medida aditiva y acotada en su Axioma II de la siguiente manera:

Axioma I. Complemento A^c , intersecciones finitas $\bigcap_{k=1}^n A_k$ y uniones finitas $\bigcup_{k=1}^n A_k$ de elementos A_k de \mathcal{A} , son elementos de \mathcal{A} .

Axioma II. La función de probabilidad P está normada, no negativa y finito aditiva:

$$P\Omega = 1, \quad PA \geq 0, \quad P \sum_{k=1}^n A_k = \sum_{k=1}^n PA_k,$$

entre otros axiomas que incluye en el texto.

Asimismo, incorpora el concepto de *función de distribución de probabilidad* a manera de definición, sin embargo es evidente que se trata de un caso particular del concepto de función de distribución descrito por 2.1, 2.3 y usualmente conocido como *medida de probabilidad*.

Espacio n -dimensional

Para cualquier familia de espacios $\Omega_t, t \in T$, para un conjunto de índices $T \subseteq \mathbb{Z}_+$, Kallenverg (1997[31]) define el producto cartesiano $\times_{t \in T} \Omega_t$ como la clase de todas las colecciones $\{\omega_t, t \in T\}$, en donde $\omega_t \in \Omega_t, \forall t, t = 1, 2, \dots, n$, de modo que el producto se puede expresar como $\Omega_1 \times \dots \times \Omega_n$ y en el caso en que $\Omega_i = \Omega$, para $i = 1, 2, \dots, n$, el producto se denota como Ω^n .

Suponiendo ahora que cada Ω_i viene equipado con su respectivo σ -campo \mathcal{A}_i , Kallenverg introduce el σ -campo producto

$$\bigotimes_{t \in T} \mathcal{A}_i = \mathcal{A}_1 \otimes \dots \otimes \mathcal{A}_n \quad \text{o} \quad \bigotimes_{t \in T} \mathcal{A}_i = \mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2 \otimes \dots$$

para $T = \{1, 2, \dots, n\}$ o $T = \mathbb{Z}_+$, respectivamente.

Lema 1. (producto y σ -campo de Borel, Kallenverg, 1997, p. 3) Sean $\Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots$ espacios métricos separable, entonces

$$\mathcal{B}(\Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots) = \mathcal{B}(\Omega_1) \otimes \mathcal{B}(\Omega_2) \otimes \dots,$$

de este modo, el σ -campo de productos contables de espacios métricos separables corresponde al producto de los σ -campos individuales.

Además, cada mapeo f entre dos espacios A y C induce un conjunto f^{-1} de 2^C en 2^A dado por

$$f^{-1}B = \{a \in A : f(a) \in B\}, \text{ con } B \subset C,$$

en donde f^{-1} preserva las operaciones básicas de conjuntos

$$f^{-1}B^c = (f^{-1}B)^c, f^{-1}\bigcup_k B^c = \bigcup_k f^{-1}B^c, f^{-1}\bigcap_k B^c = \bigcap_k f^{-1}B^c.$$

Lema 2. (σ -campo inducido, Kallenverg, 1997, p. 3) Sea f un mapeo entre los espacios medibles (A, \mathcal{A}) y (C, \mathcal{C}) . $f^{-1}\mathcal{C}$ es un σ -campo en \mathcal{A} siempre que $\{B \subset C : f^{-1}B \in \mathcal{A}\}$ sea un σ -campo en C .

Espacio Euclideano

En el caso particular del campo de números reales, el *espacio Euclideano* de dimensión n ($n \in \mathbb{Z}_+$) se simboliza con \mathbb{R}^n , el *producto escalar* de dos elementos x, y de \mathbb{R}^n (o *vectores* de \mathbb{R}^n) se representa con $\langle x, y \rangle$ y está dado por

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 + \dots + x_ny_n = \sum_{i=1}^n x_iy_i,$$

para $x = (x_1, \dots, x_n)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$, con $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ (también conocido como producto canónico).

Bajo este contexto, la *longitud* de un vector x se puede expresar mediante

$$\|x\| = \langle x, x \rangle^{1/2},$$

en tanto que, la distancia entre los vectores x, y se puede definir como $d(x, y) = \|x - y\|$.

La medida de Lebesgue en \mathbb{R}^n se denota por $dx = dx_1 \dots dx_n$ y con \mathbb{R}_+^n se representa al “octante” de entradas no negativas de \mathbb{R}^n , dado por

$$\mathbb{R}_+^n = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \right\},$$

y \mathbb{Z}^n será la retícula ordenada de valores enteros sobre \mathbb{R}^n .

Además, un ortoedro abierto en \mathbb{R}^n será el conjunto de puntos que conforman la región

$$\Theta(a, b) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : a_i < x_i < b_i, i = 1, \dots, n \right\},$$

en donde se pueden definir de forma similar los ortoedros semi-abiertos $\Theta[a, b)$, $\Theta(a, b]$ y el ortoedro cerrado $\Theta[a, b]$.

De esta forma, denotando por I_i al intervalo (a_i, b_i) de $\Theta(a, b)$, por el lema 1 se tendría que el ortoedro abierto resulta del producto

$$\Theta(a, b) = I_1 \times \dots \times I_n$$

y por tanto, $\Theta(a, b)$ es un elemento de un σ -campo de Borel, que se puede representar por $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n) = (\mathcal{B}(\mathbb{R}))^n = \mathcal{B}^n$ o en otras palabras, \mathcal{B}^n es el σ -campo generado por los ortoedros $I_1 \times \dots \times I_n$, para I_1, \dots, I_n intervalos reales arbitrarios.

2.2. Variable Aleatoria

Una *variable aleatoria (v.a.)* real sobre el espacio probabilístico $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), P)$ es un mapeo $X : \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para cualquier Boreliano $B \subseteq \mathbb{R}^n$ se satisface que $X^{-1}B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^n)$.

Más aún, se sabe que P es una medida de probabilidad sobre $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n)$, inducida al espacio medible $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n))$ de modo que, si B es un Boreliano, entonces $P_X(B) = P(X^{-1}B)$ y en tal caso, la medida de probabilidad $P_X : \mathcal{B}(\mathbb{R}^n) \rightarrow [0, 1]$ se conoce como *medida de probabilidad inducida* por la v.a. X (lema 2).

Más aún, con base en la medida de Lebesgue-Stieltjes sobre el espacio métrico $(\mathbb{R}^n, 2^{\mathbb{R}^n})$, para una v.a. X , la función

$$F_X(\mathbf{x}) = F_X(x_1, \dots, x_n) = P(X_1 < x_1, \dots, X_n < x_n)$$

se conoce como *función de distribución de probabilidad*, *función de probabilidad acumulada* o *función de acumulación de probabilidad*.

Partiendo de la expresión multivariada de (2.3) se puede ver que

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$,
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$,
3. $F_X(x^+) = F_X(x)$ y
4. $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$ para todo $x_1 \leq x_2$.

Asimismo, una distribución $P_X(x)$ es absolutamente continua si

$$P_X(x) = \int_A p_x(x) dx, \quad A \in \mathcal{B}^n.$$

La función $p_X(x) = p_X(x_1, \dots, x_n)$, $x \in \mathbb{R}^n$ se llama función de densidad de la distribución de probabilidad de la *v.a.* $X \in \mathbb{R}^n$.

Evidentemente, para cualquier espacio métrico (Ω, \mathcal{A}) se pueden definir dos *v.a.*'s X, Y . Se dice que $X = Y$ son iguales en distribución si $F_X(x) = F_Y(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y se escribe $X \stackrel{d}{=} Y$, en tal caso se dice que X y Y están *idénticamente distribuidas* (**i.d.**). Además, para una sucesión de *v.a.* $X_n : n \in \mathbb{N}$, se dice que X_n converge en distribución si para todo x se tiene que $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$ y se escribe $X_n \xrightarrow{d} X$, $F_{X_n} \xrightarrow{d} F_X$, o bien $X_n \xrightarrow{d} F_X$. Asimismo, una secuencia de *v.a.* converge en probabilidad si $P(|X_n - X| > 0) = 0$ cuando $n \rightarrow \infty$ y converge casi seguramente si $P(X_n \rightarrow X) = 0$ cuando $n \rightarrow \infty$.

Esperanza Matemática

Sea X una *v.a.* con función de distribución $F_X(x)$ y sea $g(\cdot)$ una función no negativa definida sobre X . La *esperanza matemática* o simplemente la *esperanza* de g , se representa mediante $Eg(X)$ (o en forma alternativa: $\overline{g(X)}$, $\mathbf{E}g(X)$ o solo $E[g(X)]$) y se define como

$$Eg(X) = \int_{\mathbb{R}^n} g(x) dF_X(x),$$

cuando la integral sea absolutamente convergente, *i.e.*, cuando

$$\int_{\mathbb{R}^n} |g(x)| dF_X(x) < \infty$$

y en tal caso, se dice que X es integrable o que tiene esperanza finita.

El caso particular en que $g(X) = X$, se conoce como *valor esperado* X , *promedio* o simplemente *esperanza* de X . En tanto que, para $g(X) = (X - EX)^2$, el valor esperado de g se conoce como *varianza* de X , si existe, y se denota por $\text{Var}(X) = E[(X - EX)^2]$. Además, $\Sigma_{ij} = \text{cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - EX_i)(X_j - EX_j)]$ se conoce como la *covarianza* entre las *v.a.*'s X_i, X_j y bajo la notación matricial, $\Sigma = E[(\mathbf{X} - E\mathbf{X})(\mathbf{X} - E\mathbf{X})^t]$ representa la matriz con todas las varianzas–covarianzas del vector aleatorio \mathbf{X} , es decir

$$\Sigma = \begin{pmatrix} E[(X_1 - EX_1)(X_1 - EX_1)] & \cdots & E[(X_1 - EX_1)(X_n - EX_n)] \\ E[(X_2 - EX_2)(X_1 - EX_1)] & \cdots & E[(X_2 - EX_2)(X_n - EX_n)] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E[(X_n - EX_n)(X_1 - EX_1)] & \cdots & E[(X_n - EX_n)(X_n - EX_n)] \end{pmatrix}.$$

De forma análoga, para una sucesión de *v.a.*'s $X_n : n \in \mathbb{N}$, se dice que X_n *converge en media* a X si

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E|X_n - X| = 0$$

y se escribe $X_n \xrightarrow{m} X$, también se llama *convergencia en L^1* por lo que suele denotarse por $X_n \xrightarrow{L^1} X$. Además X_n *converge en media cuadrática* a X si $\lim_{n \rightarrow \infty} E|X_n - X|^2 = 0$ y se escribe como $X_n \xrightarrow{m.s.} X$, similarmente $X_n \xrightarrow{L^2} X$.

Procesos Estocásticos

Para $T \subset \mathbb{R}$ y el espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{A}, P) , la función $X : T \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ es un *proceso estocástico* si:

- $X_t = X(t, \cdot) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ es una *variable aleatoria* para cada $t \in T$.
- $X_\omega = X(\cdot, \omega) : T \rightarrow \mathbb{R}$ es una *realización* o *ruta muestral* para cada $\omega \in \Omega$,

definiendo un proceso estocástico (**PE**) como una colección de *v.a.* $\{X_t, t \in T\}$ sobre un espacio de probabilidad común (Ω, \mathcal{A}, P) , en donde t se interpreta como un parámetro o un indicador, cuyo espacio puede ser $T \subseteq \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ o $T \subseteq \mathbb{R}_+ = [0, \infty)$. Usualmente el parámetro t puede interpretarse como tiempo y entonces $X_t = X(t, \omega)$ representa la “posición” o el “estado” del proceso en el tiempo t .

Algunas propiedades de los PE

La función $F_X(x, t)$ se conoce como *distribución de primer orden* del PE X_t y la densidad de probabilidad se obtiene mediante la derivada

$$f(x, t) = \frac{\partial F_X(x, t)}{\partial x}$$

y se conoce como *densidad de primer orden* del PE X_t .

Como es de esperarse, si un experimento se lleva a cabo un número n finito de veces y de ellas se observan n funciones $X_n(\omega)$, una en cada ensayo se denota con $n_t(x)$ al número de curvas en el tiempo t que no exceden el valor x , se concluye que

$$F_X(x, t) \simeq \frac{n_t(x)}{n}. \quad (2.5)$$

Para dos realizaciones, la distribución conjunta

$$F_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = P\{X_{t_1} \leq x_1, X_{t_2} \leq x_2\}$$

de las variables X_{t_1} y X_{t_2} se conoce como *distribución de segundo orden* del PE X_t y la densidad correspondiente es igual a

$$f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F_X(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}$$

Bajo el concepto de esperanza matemática, la media $\eta(t)$ de X_t es el valor esperado

$$\eta(t) = EX_t(\omega) = \int_R x f(x, t) dx,$$

la correlación para dos realizaciones (o *autocorrelación*) $R(t_1, t_2)$ de X_t es el valor esperado

$$R(t_1, t_2) = E\{X_{t_1}(\omega)X_{t_2}(\omega)\} = \int_R \int_R x_1 x_2 f(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

y el valor $R(t_1, t_2)$ sobre la diagonal $t_1 = t_2 = t$ se conoce como *potencia promedio* del proceso

$$E \{X_t^2(\omega)\} = R(t, t).$$

La covarianza (autocovarianza) se representa mediante $Cov(t_1, t_2)$ o $C(t_1, t_2)$ y se define como

$$C(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) - \eta(t_1)\eta(t_2)$$

y su valor $C(t, t)$ sobre la diagonal $t_1 = t_2 = t$ es igual a la *varianza* de X_t .

En el caso de dos procesos $X_t(\omega_x)$, $Y_t(\omega_y)$, la función

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X_{t_1}Y_{t_2}]$$

es la correlación cruzada y la covarianza cruzada para estos procesos corresponde a la función

$$C_{XY}(t_1, t_2) = R_{XY}(t_1, t_2) - \eta_X(t_1)\eta_Y(t_2).$$

Por otro lado, se dice que los procesos $X_t(\omega_x)$, $Y_t(\omega_y)$ son mutuamente ortogonales si $R_{XY}(t_1, t_2) = 0$ para todo t_1, t_2 y serán no correlacionados si $C_{XY}(t_1, t_2) = 0$ para todo t_1, t_2 .

La integral

$$s(\omega) = \int_a^b X_t(\omega) dt$$

del PE X_t es una *v.a.* y su valor $s(\omega)$ para un ω específico corresponde al área bajo la curva X_t en el intervalo (a, b) y por linealidad de la integral se puede ver que

$$\eta_s = E \{s\} = \int_a^b E \{X_t(\omega)\} dt = \int_a^b \eta(t) dt$$

PE estacionario

Un proceso estocástico es *estacionario en sentido estricto* si sus propiedades estadísticas son invariantes ante desplazamientos temporales, es decir, si para $h \geq 0$ se tiene que

$$p(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_n+h}) = p(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$$

y será *estacionario en sentido amplio* si

$$\begin{aligned}\eta_t &= EX_t = m, \\ \Sigma_t &= E\{(X_t - \eta_t)^2\} = C(0), \\ V_{t,s} &= E\{(X_t - \eta_t)(X_s - \eta_s)\} = C(t - s).\end{aligned}\tag{2.6}$$

para todo $s, t \in R$.

Se dice que un PE es de *incrementos estacionarios* si $X_{t+s} - X_t$ tiene la misma distribución que X_s , para todo $s, t \in R$ y será de *incrementos independientes* si para $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n$, las *v.a.*'s $X_{t_1}, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$ son independientes.

De forma análoga, dos procesos X_t y Y_t son estacionarios en sentido estricto si la densidad conjunta de X_t, Y_t es la misma que la de X_{t+h} y Y_{t+h} .

2.3. Campos Aleatorios

Para un conjunto $T \subseteq \mathbb{R}^n$, un *campo aleatorio* se define como el mapeo

$$X(\omega, t) : \Omega \times T \rightarrow \mathbb{R}^m$$

tal que, $X(\omega, t)$ es un vector aleatorio para cada $t \in T$ fijo; si $n > 1$, $m = 1$, $X(\omega, t)$ es un campo aleatorio escalar y si $m > 1$ se tiene que $X(\omega, t)$ es un campo aleatorio vectorial.

Evidentemente al ser una generalización del concepto de un PE para $n > 1$, el concepto de valor esperado se extiende a vector esperado o vector promedio para $m > 1$, mientras que para las varianzas – covarianzas (auto-varianzas – auto-covarianzas para un proceso con sí mismo en distintos valores de t o varianzas – covarianzas cruzadas entre dos o más procesos) serán hipermatrices, al igual que las correlaciones.

Capítulo 3

El método Kriging

La base del método Kriging se sustenta en el supuesto de dependencia espacial de los valores de una magnitud observable $Z(x)$, sobre una región R ; de modo que si se tienen dos puntos de lectura $x_1, x_2 \in R, (x_1 \neq x_2)$ y en cada uno de ellos se generan n observaciones de la magnitud de estudio, $Z(x_1)_i$ y $Z(x_2)_i$, para $i = 1, 2, \dots, n$; bajo el contexto de campos aleatorios, se tiene un muestreo conjunto de realizaciones del campo $Z(x)$, en donde las magnitudes observadas en x_1, x_2 están correlacionadas entre sí y con todos demás puntos de la región. De modo que, entre mayor sea la distancia entre los puntos observados, se espera menor valor de correlación entre los registros.

Retomando lo conceptos de campo aleatorio, el valor esperado de $Z(x)$ se puede escribir como

$$m(x) = EZ(x)$$

en donde $m(x)$ y $Z(x)$ existen para todos los puntos de la región R y además, la varianza de $Z(x)$ existe $\forall x \in R$. Además, la dependencia espacial del campo aleatorio se puede modelar mediante la matriz de varianzas-covarianza

$$Cov(x_1, x_2) = E[(Z(x_1) - m(x_1))(Z(x_2) - m(x_2))] = E[Z(x_1)Z(x_2)] - m(x_1)m(x_2),$$

por el variograma propuesto por Matheron (1971, p. 11 [26]) que se representa mediante

$$Var(Z(x_1) - Z(x_2)) = 2\gamma(x_1, x_2),$$

o bien por el semivariograma

$$\gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{2}Var(Z(x_1) - Z(x_2)) = \frac{1}{2}E(Z(x_1) - Z(x_2))^2 - \frac{1}{2}(m(x_1) - m(x_2))^2,$$

en donde, para simplificar la notación se puede definir la distancia $h = x_2 - x_1$ y así en forma equivalente

$$\gamma(h) = \gamma(x_1, x_1 + h) = \frac{1}{2} \text{Var}(Z(x_1) - Z(x_1 + h))$$

y de este modo, para estimar cualquier punto arbitrario de la región R , digamos x_0 ; se parte del hecho de que el Mejor Estimador Lineal Insesgado (**MELI**) de una función lineal, sobre el campo aleatorio $Z(x)$, se reduce a obtener el predictor $\hat{Z}(x_0)$ para un valor $Z(x_0)$, en donde x_0 es una localidad no observada del campo sobre la región R , para

$$\hat{Z}(x_0) = \lambda_1 Z(x_1) + \cdots + \lambda_n Z(x_n),$$

a partir de los n registros observados en las localidades disponibles, tal que

$$\min_{\lambda \in \mathbb{R}^n} E(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0))^2.$$

En otras palabras, se deben obtener los λ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ que minimicen el valor esperado $E(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0))^2$ bajo el supuesto de estacionariedad en sentido amplio.

3.1. Buscando el MELI

Partiendo de la relación

$$\text{Var} [Z(x_1) - Z(x_2)] = \text{Var} [Z(x_1)] + \text{Var} [Z(x_2)] - 2C(x_1 - x_2)$$

y si Z es estacionario en sentido amplio, entonces satisfacen las relaciones 2.6 (página 16) y luego,

$$\gamma(x_1 - x_2) = \frac{1}{2} \text{Var} [Z(x_1) - Z(x_2)] = C(0) - C(x_1 - x_2).$$

De esta forma, si se conoce la media m del campo aleatorio, el estimador se conoce usualmente como Kriging simple o Kriging con media conocida, en donde

$$\hat{Z}(x_0) = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i (Z(x_i) - m),$$

en donde λ_i son los pesos de los residuos $Z(x_i) - m$, por lo que el estimador será insesgado, ya que

$$\begin{aligned} E \left[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0) \right] &= \left\{ m + \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(x_i) - m) \right\} - EZ(x_0) \\ &= m + \sum_{i=1}^n \lambda_i (m - m) - m \\ &= 0 \end{aligned}$$

y la varianza del estimador de los errores está dado por

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \text{Var}(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)) \\ &= E \left[(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0))^2 \right] \\ &= E \left[\hat{Z}(x_0)^2 + Z(x_0)^2 - 2\hat{Z}(x_0)Z(x_0) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) + C(0) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0), \end{aligned}$$

que alcanza el mínimo en

$$\frac{\partial \sigma_E^2}{\partial \lambda_i} = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

y la varianza del Kriging simple está dada por

$$\sigma_{SK}^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0),$$

los detalles se pueden ver en Wakernagel (1995, [63]).

Kriging ordinario

El método *Kriging ordinario* es una extensión del Kriging simple, en donde se desconoce la media m sobre el campo aleatorio y en su lugar se utiliza el estimador del promedio cotidiano dado por

$$\hat{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n Z(x_i),$$

y bajo el supuesto de procesos estacionarios en sentido amplio, se espera que \hat{m} sea constante sobre la región de estudio. En tal caso el MELI se obtiene resolviendo el sistema

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i), \text{ para } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

En este caso, el estimador de la varianza del error está dada por

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \text{Var} \left[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0) \right] \\ &= \text{Cov}(x_0 - x_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}(x_0 - x_i) \\ &= C(0) + \lambda^t K \lambda - 2c_0^t \lambda \end{aligned}$$

en donde $C \equiv \text{Cov}$, K es una matriz $n \times n$ dada por

$$K = [C(x_i - x_j)], i, j = 1, 2, \dots, n$$

y

$$\begin{aligned} c_0 &= [C(x_0 - x_1), C(x_0 - x_2), \dots, C(x_0 - x_n)]^t, \\ \lambda &= [\lambda_1, \dots, \lambda_n]. \end{aligned}$$

La solución se reduce a obtener los λ_i que minimizan σ_E^2 , generando así los pesos que proporcionan el MELI del Kriging ordinario para $\hat{Z}(x_0)$ con

$$\text{mín} \{ C(0) + \lambda^t K \lambda - 2c_0^t \lambda \}, \text{ sujeto a } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

Así, por multiplicadores de Lagrange se tiene que

$$H(\lambda, \nu) = \{ C(0) + \lambda^t K \lambda - 2c_0^t \lambda \} - \nu [[1]^t \lambda - 1],$$

en donde $[1]$ es el vector $(1, \dots, 1)^t$ de longitud n y ν es el multiplicador de Lagrange; por lo que, derivando parcialmente se tiene que,

$$\frac{\partial H(\lambda, \nu)}{\partial \lambda} = 2K\lambda - 2c_0^t - [1]^t \nu$$

$$\frac{\partial H(\lambda, \nu)}{\partial \nu} = - [[1]^t \lambda - 1]$$

e igualando a cero, el problema se reduce a resolver el sistema lineal

$$\begin{pmatrix} K & [1]^t \\ [1] & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ -\frac{\nu}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0^t \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3.2. Estructura del Variograma

El concepto clave del método Kriging es el variograma, por lo que su estimación es fundamental en esta técnica, para esto; supóngase que $\{Z(x), x \in R\}$ son valores observados sobre el campo aleatorio de la magnitud de interés, en los puntos x_1, \dots, x_n , el estimador más simple es el método de momentos, para el cual

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{|n(h)|} \sum_{(x_i, x_j) \in n(h)} \{Z(x_i) - Z(x_j)\}^2$$

en donde $|n(h)|$ es la cardinalidad de $n(h)$ y $n(h) = \{(x_i, x_j) \text{ tal que } h = \|x_i - x_j\|\}$. Cressie y Hawkins (1980, [59]) dan una versión de un estimador robusto de la forma

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{0.457 + 0.494/|n(h)|} \left(\frac{1}{|n(h)|} \sum_{(x_i, x_j) \in n(h)} |Z(x_i) - Z(x_j)|^{1/2} \right)^4, \quad (3.1)$$

basando su propuesta en el supuesto de un campo aleatorio Gaussiano, para el cual la distribución de $[Z(x+h) - Z(x)]^2$ es de la forma $2\gamma\chi_1^2$.

De este modo, se dispone de una nube de puntos formada por las parejas del semivariograma estimado para las diferentes distancias entre las puntos disponibles en la región de estudio R , con la posibilidad de obtener el modelo (figura 3.1) que muestre el mejor ajuste.

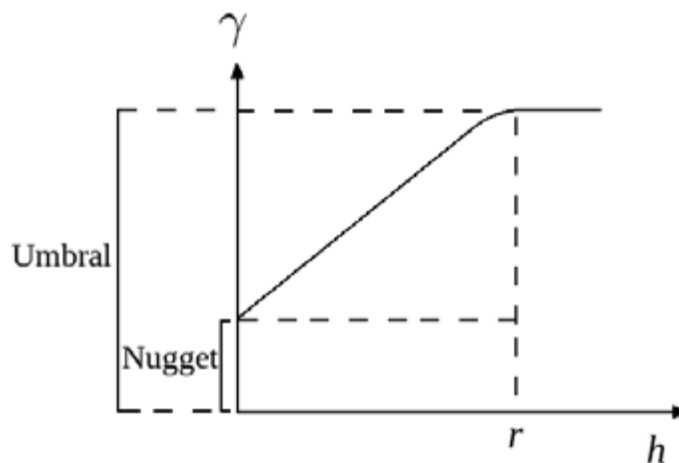


Figura 3.1: Forma típica de un semivariograma.

En teoría, se espera que el semivariograma sea cero alrededor del origen, sin embargo no siempre ocurre esto y cualquier magnitud no cero alrededor de $h = 0$ se conoce como *efecto nugget*, mientras que el valor límite que no excede la curva se conoce como *umbral*, que se alcanza para un valor $t = r$ conocido como *rango* del semivariograma (figura 3.1).

El caso en que el modelo presente valores negativos se debe desechar e implementar un modelo diferente, ya que estas magnitudes negativas implican varianzas estimadas no positivas, lo que carece de sentido en el campo real.

Así, la tarea principal con la nube del *variograma* o semivariograma estimado, es generar un ajuste adecuado para la nube de puntos cuidando que no se presente efecto nugget negativo para diferentes valores de umbral y rango.

Un campo aleatorio es *isotrópico* si su semivariograma $\gamma(h)$, $h \in \mathbb{R}^d$ depende solamente de la longitud $\|h\|$, es decir, si $\gamma(h) = \gamma_0(\|h\|)$ y un campo aleatorio que es intrínsecamente estacionario e isotrópico, se dice que es *homogeneo*. Bajo este supuesto, en la literatura se han propuesto los modelos (*e.g.* Sánchez, *et al.*, 2010, [12]):

- **Modelo Lineal:** definido por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 t & \text{si } t > 0 \end{cases} .$$

- **Modelo Esférico:** dado por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 \left[\frac{3}{2} \frac{t}{r} - \frac{1}{2} \left(\frac{t}{r} \right)^3 \right] & \text{si } 0 < t \leq r \\ c_0 + c_1 & \text{si } t \geq r \end{cases} .$$

- **Modelo Exponencial:** definido por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 [1 - e^{-t/r}] & \text{si } t > 0 \end{cases} .$$

- **Modelo Gaussiano:** se define por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 [1 - e^{-t^2/r^2}] & \text{si } t > 0 \end{cases} .$$

- **Modelo de forma Potencia-exponencial:** definido por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 [1 - e^{-|t/r|^p}] & \text{si } t > 0 \end{cases},$$

en donde $0 < p \leq 2$. Generalizando los modelo exponencial ($p = 1$) y Gaussiano ($p = 2$).

- **Modelo Racional cuadrático:** definido por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 t^2 / (1 + t^2/r) & \text{si } t > 0 \end{cases}.$$

- **Modelo de Onda:** dado por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 [1 - \frac{r}{t} \text{sen} \frac{r}{t}] & \text{si } t > 0 \end{cases}.$$

- **Modelo potencia:** definido por

$$\gamma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ c_0 + c_1 t^\alpha & \text{si } t > 0 \end{cases},$$

en donde $0 \leq \alpha < 2$, lo convierte en una generalización del modelo lineal.

En todos los casos c_0 y c_1 son parámetros que se determinan a partir del ajuste del modelo a la nube de datos y vale la pena resaltar que el ajuste del semivariograma es un paso medular para garantizar una buena estimación de los valores interpolados con el método Kriging.

Se debe tener cuidado al utilizar un software que arroje resultados arbitrarios y de forma oculta al usuario, ya que se tiene la posibilidad de que los resultados provengan de una estimación con efecto nugget negativo, lo que genera estimaciones erróneas en cualquier trabajo de investigación.

En el caso particular de este trabajo, se implementan rutinas en Matlab para seleccionar el modelo con el menor error de ajuste en el semivariograma en términos de menor error cuadrado medio y efecto nugget no negativo entre los modelos más comunes para el ajuste del variograma (Sánchez, *et al.*, 2010, [12]). Cabe señalar que los programas utilizados se exhiben en el apéndice A de este trabajo.

Capítulo 4

Un estudio de simulación

Un paso importante en cualquier trabajo de investigación es el análisis de la validez del modelo que se implementa y en particular, en el caso del método de interpolación espacial Kriging se debe comprobar si existe evidencia para garantizar que el modelo realmente logra estimar lo que se pretende, así como presentar un análisis comparativo entre las opciones disponibles para determinar de forma argumentada la eficiencia y efectividad de la herramienta.

Evidentemente los datos reales no se conocen de antemano y en tal caso no tendría sentido argumentar la efectividad del método. Sin embargo, bajo un estudio de simulación se puede generar una estructura espacial y a partir de ella, suponiendo que no se conoce la superficie verdadera, se puede implementar el método para distintos puntos de muestreo, de modo que se tiene la posibilidad de analizar el desempeño tanto de los modelos propuestos para el semivariograma, como de los resultados del método Kriging para estimar la estructura espacial en una región.

Para tal efecto, en este apartado se genera un estudio de simulación creando funciones de densidad gaussiana bivariada mediante la expresión

$$f_X(x) = \frac{1}{(2\pi|\Sigma_X|)} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^t \Sigma_X^{-1}(x - \mu)\right)$$

en donde $x, \mu \in \mathbb{R}^2$ y Σ_X es una matriz 2×2 de varianzas-covarianzas y $|\Sigma_X|$ es el determinante de Σ_X ; de modo que, la estructura espacial se modifica con base en las características del vector μ y matriz Σ_X .

Con el fin de orientar los resultados de este estudio de simulación a la región de estudio del caso real (apartado 5.1), se generan las condiciones disponibles en la zona de interés, es decir, se modela la función de densidad gaussiana sobre una región georeferenciada entre las latitudes (20.425° , 20.825°) norte y longitudes (103.15° , 103.55°) oeste y se fijan diez puntos que corresponden con la ubicación de las estaciones automáticas instaladas en la zona de estudio (apartado 5.1). Se construye además sobre la región una malla equiespaciada de 150 puntos latitud – longitud y con ellos se compara el desempeño del método de interpolación Kriging.

Así, a manera de ejemplo, en la figura (4.1) se muestran seis representaciones gráficas de estructuras espaciales simuladas sobre la región de interés.

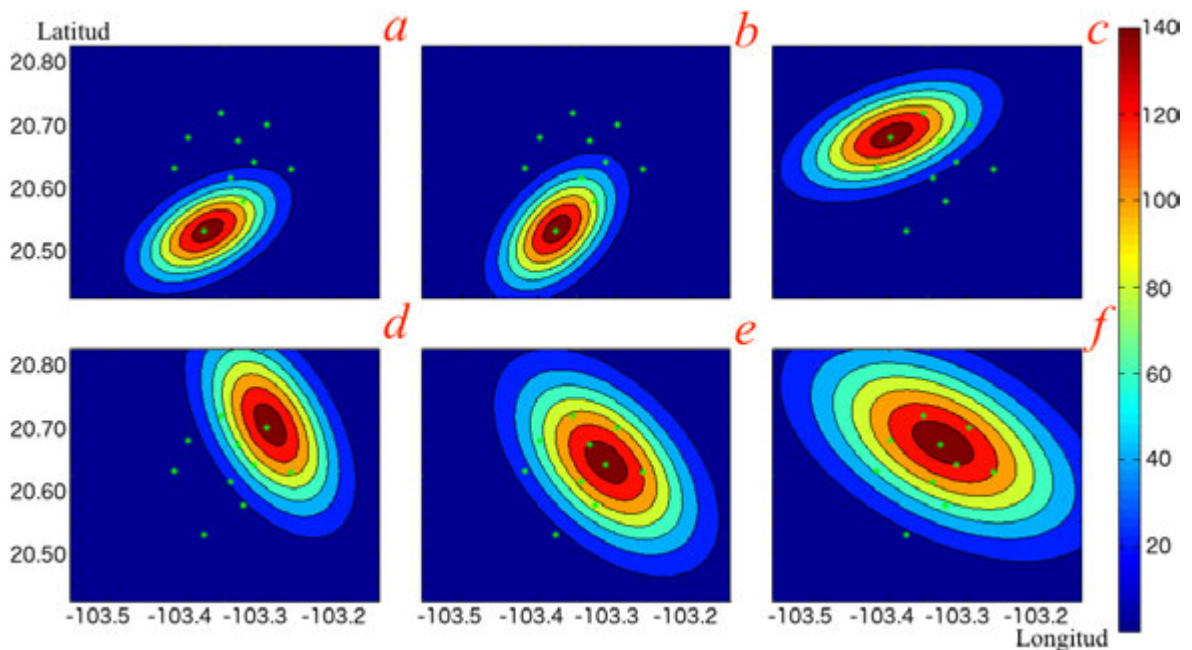


Figura 4.1: Estructura espacial simulada de seis distribuciones gaussianas bivariadas y marcas de muestreo para implementar el método de interpolación espacial.

En la gráfica se agregan las diez marcas, que se pueden observar con asteriscos en color verde, para representar los puntos de muestreo utilizado, es decir, son las localidades en las que se levantan muestreos y por tanto, son las marcas utilizadas para implementar el método de interpolación espacial.

Cada caso se simula 10,000 veces y se comparan los desempeños de los valores

estimados contra los valores exactos, reportando los resultados del error observado y algunas representaciones gráficas con el fin de mostrar su eficacia.

4.1. Desempeño al usar parámetros de localidad

En la figura (4.2) se puede observar la estructura promedio de las superficies de simulación de la figura (4.1), es decir, se calcula el promedio de las seis distribuciones espaciales y se genera su representación gráfica, resaltando de forma análoga los diez puntos de muestreo.

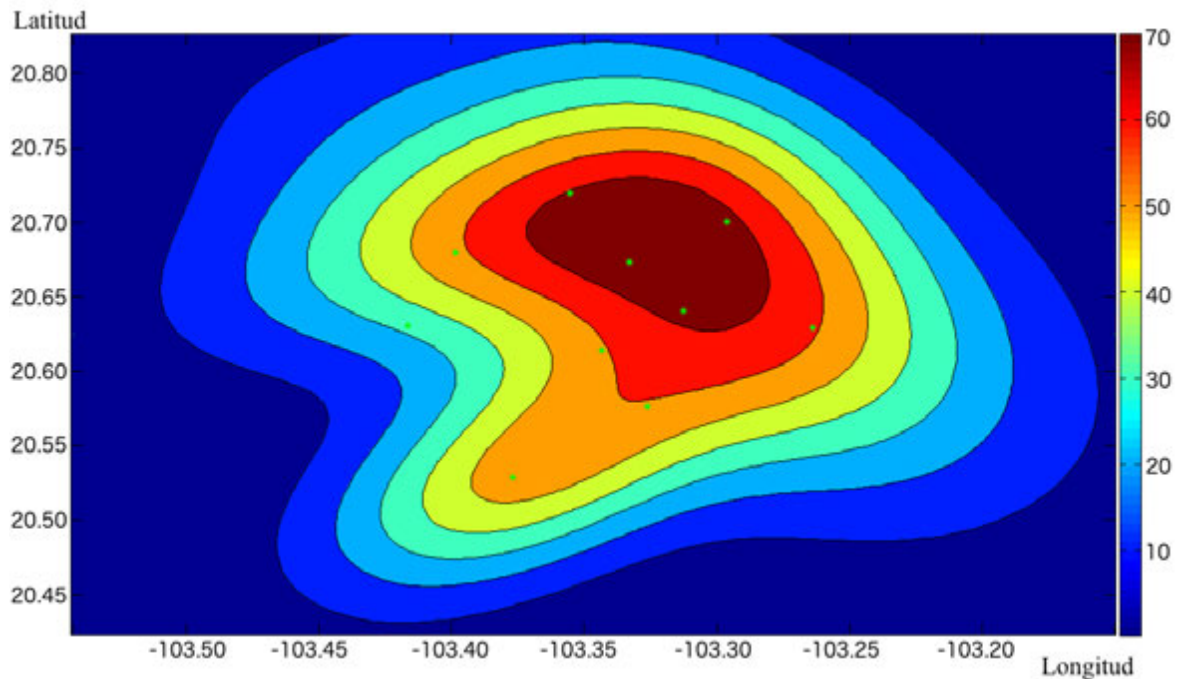


Figura 4.2: Estructura espacial promedio de las distribuciones gaussianas bivariadas de la figura 4.1.

Comparando las representaciones gráficas de la figura (4.1) con lo que se observa en la figura (4.2), destaca que desaparece el efecto observado en todos los puntos de muestreo (asteriscos en color verde), ya que las lecturas verdaderas oscilan entre 0 y 140 (barra de color global de la figura 4.1), mientras que la gráficas de promedios no sobrepasa 70 unidades en la lectura espacial.

Sobresale además en la figura 4.2 el predominio de las zonas con valores altos observados en las gráficas 4.1 *d*, *e* y *f*; de modo que, si se acepta el desempeño promedio como una herramienta para alertar a la población en caso de niveles de contaminación alarmantes, una parte de la comunidad estaría desprotegida al creer que la zona observada en la región que corresponde a la gráfica 4.1 *a* y *b* no tiene valores altos que pudieran afectar a las personas, cuando realmente sí se presentan niveles alarmantes.

De forma similar al caso anterior, en la gráfica de la figura (4.3) se puede ver una estimación espacial de las medianas observadas en las seis estructuras simuladas, en donde destaca nuevamente el desempeño irregular con una meseta color naranja en una zona que no corresponde a ninguna de las estructuras espaciales de la figura 4.1 sigue tal comportamiento.

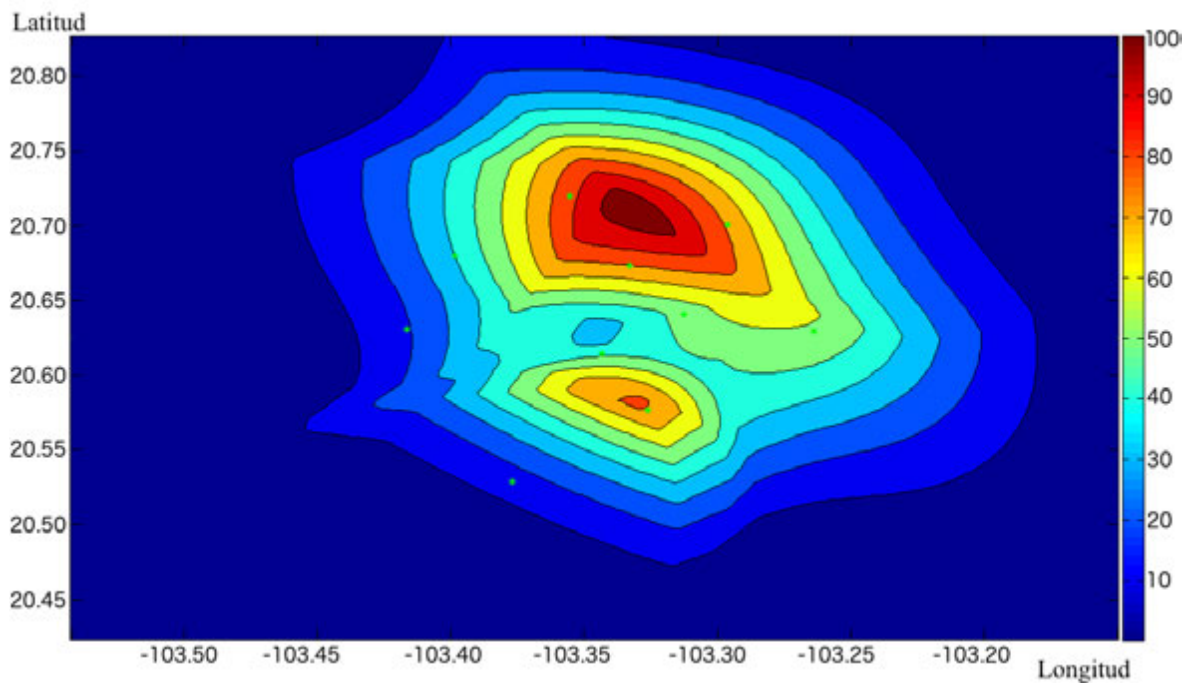


Figura 4.3: Estructura espacial de las medianas observadas en las distribuciones gaussianas de la figura 4.1.

Además, en la representación gráfica de medianas (figura 4.3) se puede ver nuevamente que los valores están por abajo de las lecturas máximas observadas en

las seis estructuras espaciales de la figura (4.1), es decir, mientras que las gráficas muestra valores máximos de 140 unidades, los valores más grandes en la representación gráfica de las medianas no supera las 100 unidades.

Por otro lado, en la gráfica que se muestra en la figura (4.4) se puede observar la estructura de los máximos registrados en las seis distribuciones espaciales gaussianas simuladas (figura 4.1), en donde se puede ver nuevamente la diferencia existente entre las superficies simuladas y lo que se observa en la estimación espacial de los máximos.

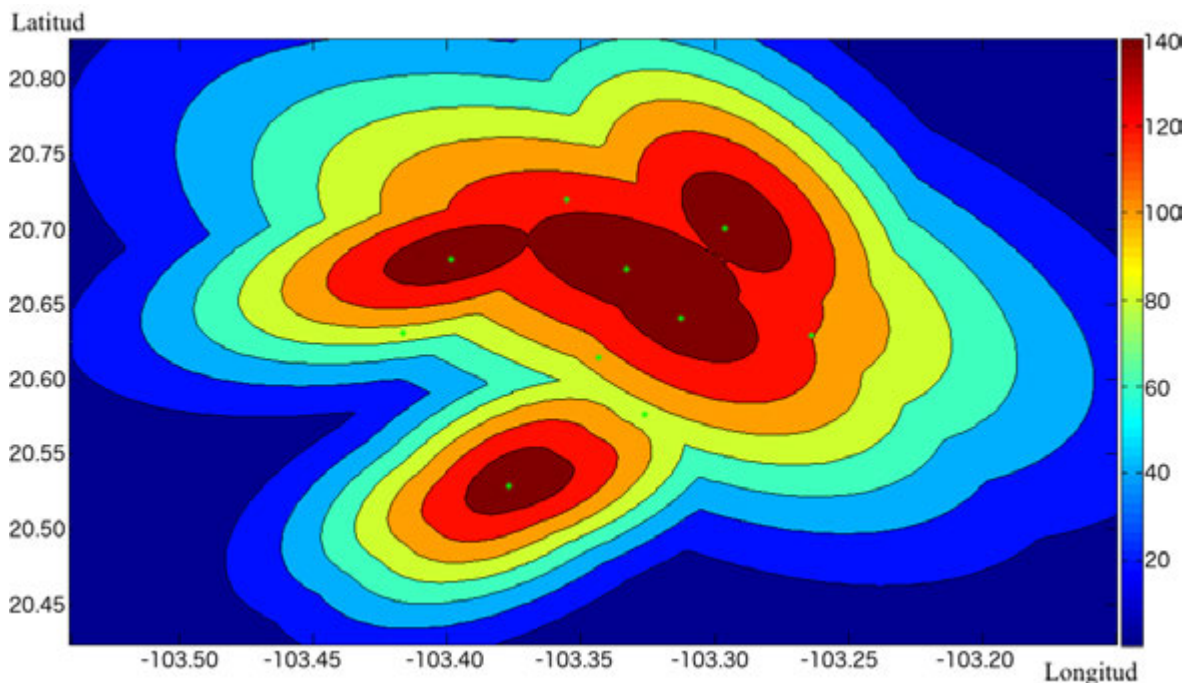


Figura 4.4: Estructura espacial de los máximos observados en la malla de las distribuciones gaussianas (figura 4.1).

En este caso se tienen valores extremos similares (ambos máximos llegan a 140 unidades), en donde sobresalen claramente los máximos observados en cada una de las gráficas de la figura (4.1). Sin embargo, cabe señalar que si las estructuras espaciales corresponden a momentos diferentes de tiempo, la gráfica de los valores máximos corresponde a la interpolación de una superficie que trasciende espacio-tiempo, es decir, dado que cada valor extremo pertenece a un momento diferente de tiempo, la estructura muestra variaciones en espacio y tiempo, por lo que no corresponde estrictamente a un

desempeño puramente espacial; más aún, no permite reportar la evolución temporal de los máximos puntuales por superficie simulada, dado que no se identifica claramente el momento temporal correspondiente para cada máximo.

En otras palabras, tanto la gráfica de promedios como la de medianas subestiman el comportamiento de la estructura espacial y no representan una estimación de los datos simulados. Además, estimar el comportamiento de la magnitud de estudio mediante valores extremos, ya sea máximos o mínimos, generará una interpolación que varía en tiempo y espacio, lo que no permite mostrar resultados coherentes en cualquier trabajo de investigación.

Análisis de error

Generando las $n = 10,000$ simulaciones, se mide la distancia entre las estructuras estimada y simulada mediante la Raíces de los Errores Cuadrado Medio

$$RECM = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(Z(x_i) - \widehat{Z}(x_i) \right)^2},$$

para cada nodo de interpolación y de aquí, el comportamiento de los errores para la estructura estimada con promedios se puede ver en el histograma que se muestra en la figura (4.5).

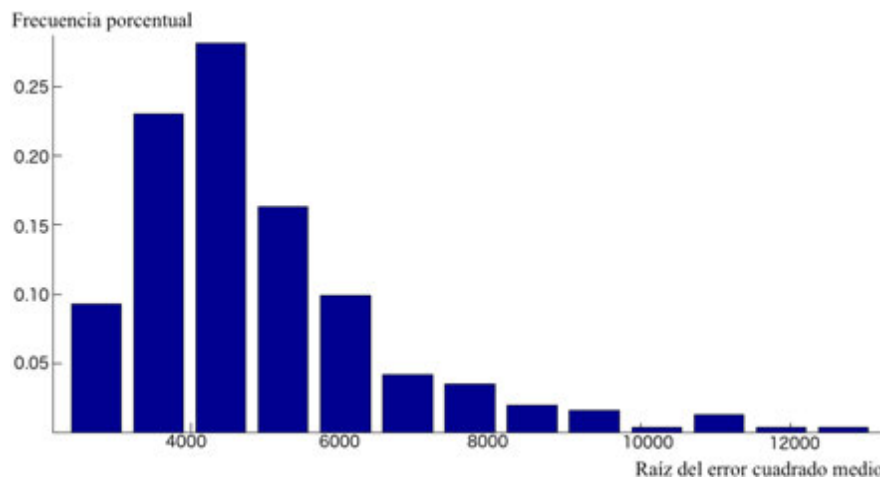


Figura 4.5: *RECM* entre la estructura promedio estimada y las superficies simuladas.

Como era de esperar, los errores entre las estructuras espaciales estimadas y su promedio muestran diferencias muy grandes, del orden de 10^3 , en donde las distancias más frecuentes superan las 4000 unidades y se observan diferencias mayores a 12000 unidades.

Por otro lado, revisando los errores que se obtienen al suponer que una interpolación con valores máximos pueda arrojar alguna similitud con las estructuras simuladas, en la figura 4.6 se observa el histograma de estas diferencias; destacando que los errores superan las RECM de la representación gráfica 4.5. Además, las diferencias más frecuentes exceden las 18000 unidades.

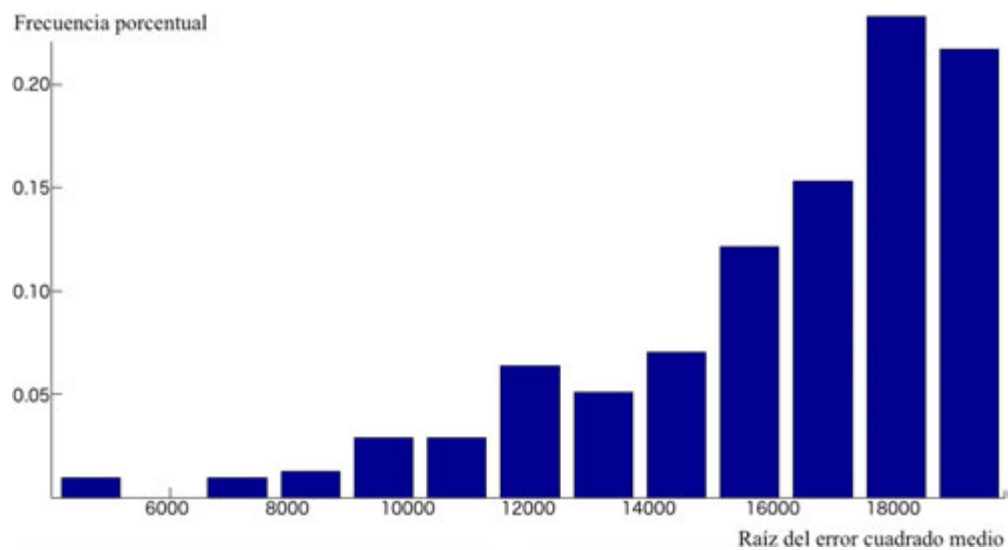


Figura 4.6: RECM que se comete al suponer que la estructura estimada con los máximos de los datos observados pueda representar las superficies simuladas.

Por tanto, se tiene evidencia suficiente para afirmar que el uso de parámetros de localidad para investigar el comportamiento espacial de cualquier magnitud atmosférica presenta errores muy grandes y carece de sentido afirmar que la estructura estimada pueda orientar al investigador en el comportamiento espacial puntual de la magnitud de estudio.

4.2. Investigando el desempeño de los modelos propuestos

Analizando el desempeño de los errores para los modelos descritos en la sección 3.2, de forma análoga al caso anterior se implementan superficies simuladas mediante una función de densidad gaussiana y a manera de ejemplo, en las figuras 4.7, 4.8 y 4.9, se muestran tres casos del desempeño observado en la estimación con el método Kriging para los modelos propuestos, incluyendo la representación gráfica de la estructura simulada para tener un punto de contraste.

El primer caso corresponde a una estructura simulada en la cual al menos tres puntos fijos muestran valores estimados bajos y el máximo se localiza en uno de los puntos, a un extremo del polígono de interpolación.

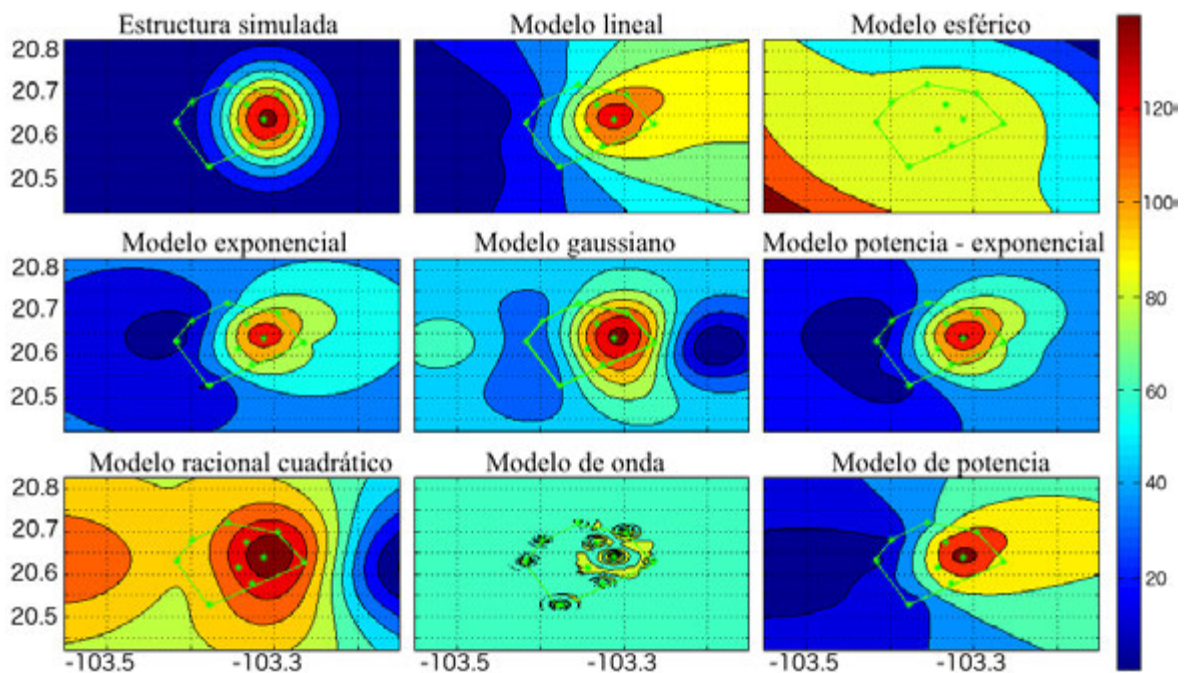


Figura 4.7: Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, primer caso.

En la figura 4.7 sobresale el modelo esférico por presentar el peor ajuste ya que su estimación es constante en el polígono de interpolación (marcas identificadas con

asteriscos en la figura), mientras que los modelos exponencial, potencia exponencial y el de potencia, muestran un desempeño similar en el polígono. Sobresale además el modelo de onda por presentar un ajuste irregular en comparación con los siete modelos restantes, es decir, el modelo de onda genera algunas variaciones en un entorno próximo a las marcas de interpolación y es constante fuera de ellas.

Vale la pena resaltar que en la parte exterior del polígono de interpolación, se observa nuevamente un buen desempeño en los modelos exponencial, potencia exponencial y de potencia, en contraste con los modelos restantes.

Por otro lado, en las gráficas que se presentan en la figura 4.8 se muestra una estructura simulada en la que todos los puntos fijos tienen lecturas mayores a cero y el máximo se concentra en uno de los puntos interiores del polígono de interpolación.

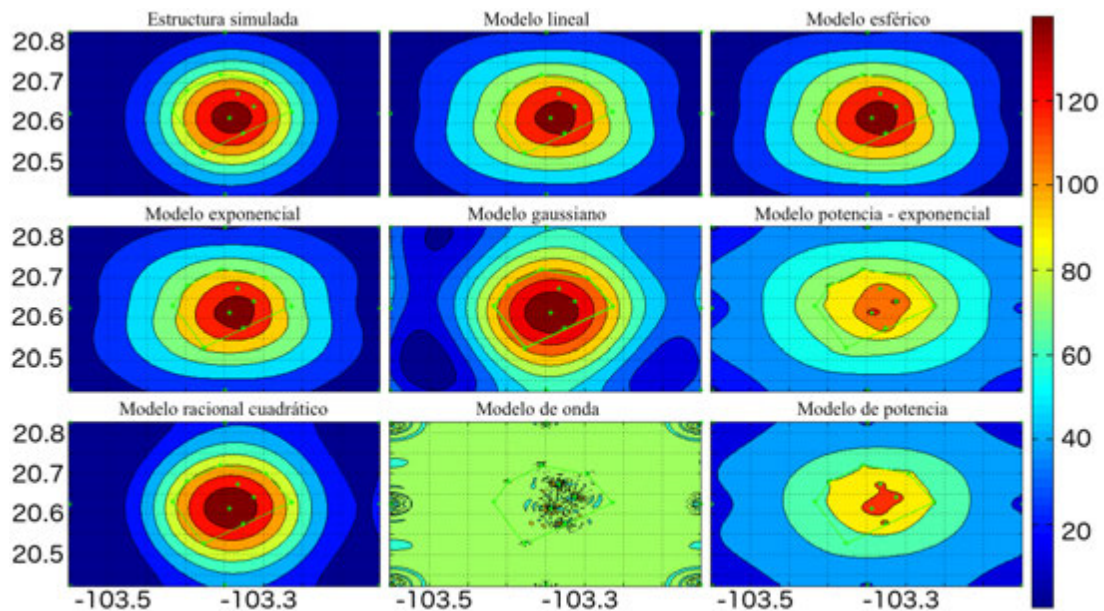


Figura 4.8: Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, segundo caso.

Bajo una simple inspección, nuevamente sobresale el modelo de onda que presenta el peor ajuste; los modelos lineal, esférico, exponencial y racional cuadrático, muestran un buen desempeño; en tanto que, los modelos potencia y potencia exponencial tienen

desempeño bajo.

Analizando la estimación externa al polígono de interpolación, el modelo racional cuadrático presenta el mejor desempeño en comparación con los siete modelos restantes, en tanto que los modelos lineal y esférico parecen tener un desempeño similar.

Finalmente, en la figura 4.9 se puede observar el desempeño de los ocho modelos en una estructura para la cual más de dos puntos fijos tienen magnitudes elevadas y los puntos fijo restantes tienen magnitudes simuladas elevados.

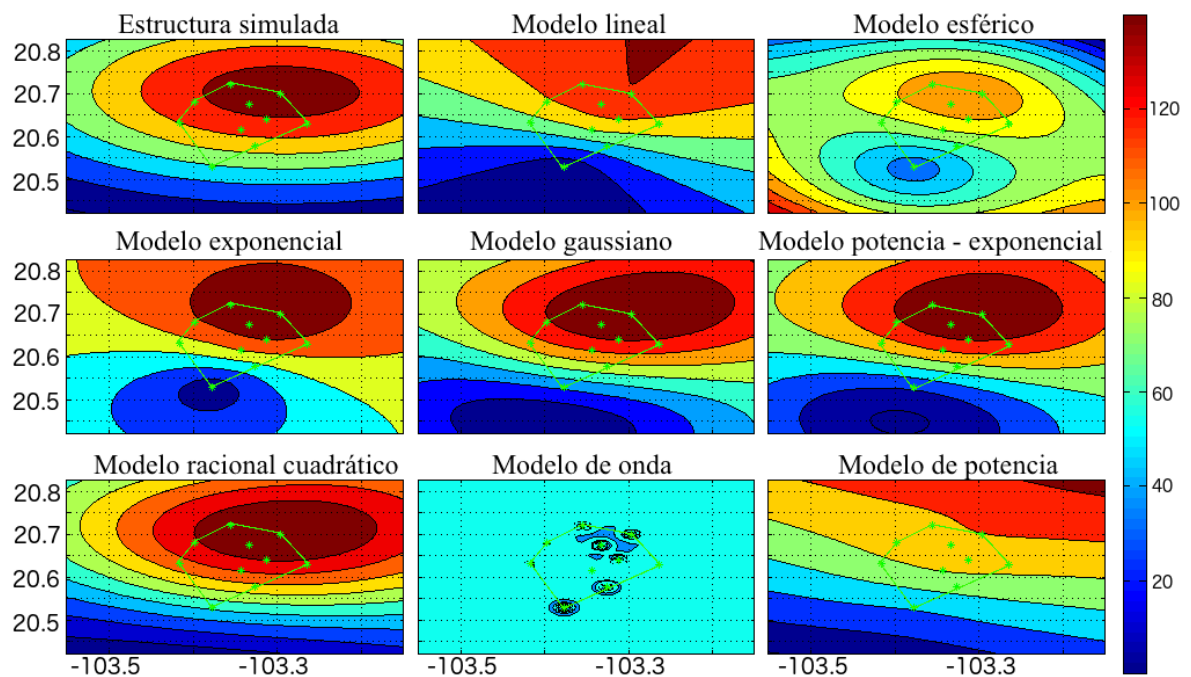


Figura 4.9: Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, tercer caso.

Observando las representaciones gráficas de la figura 4.9 el modelo que muestra el mejor desempeño es el racional cuadrático presentando el mejor ajuste tanto dentro como fuera del polígono de interpolación, en tanto que los modelos gaussiano y potencia - exponencial muestran un buen desempeño en el polígono de interpolación pero su desempeño es bajo fuera del polígono y el modelo de onda nuevamente tiene el peor desempeño, en tanto que los modelos esférico y de potencia tiene un bajo desempeño.

Análisis de error para los distintos modelos

Reportando ahora los resultados del estudio de simulación, en la tabla 4.1 se exhibe el error promedio para los modelos propuestos, agrupando los resultados por la cobertura en los puntos de muestreo (tomando al azar 6, 7, 8 o 9 puntos) y en la tabla 4.2 se muestran los promedios de las *RECM* que se obtiene entre la estructura simulada y la interpolación Kriging.

Tabla 4.1: *RECM* promedio por modelo para el semivariograma estimado.

Modelo	Nugget	Puntos fijos con valores simulados grandes				
		6	7	8	9	10
Lineal	18.83	366056.32	3668318.72	4585106.08	8732112.36	4801642.21
Esférico	90.89	325781.62	3332445.10	4191583.56	7838770.07	4075722.36
Exponencial	62.95	345780.07	3503511.11	4389594.43	8283386.60	4441016.83
Gussiano	72.74	370570.05	3711032.46	4638635.35	8835318.89	4814548.69
Potencia-Exponencial	3.82	288308.95	2979240.64	3712729.20	6829759.16	3662985.88
Racional cuadrático	73.60	374404.90	3737687.89	4668882.67	8915992.15	4912575.82
de Onda	-936433.01	205183.77	2098246.34	2507647.04	5005358.60	3221351.37
de Potencia	27.76	288313.78	2979286.79	3712791.08	6829890.66	3663144.79

En la tabla 4.1 se puede observar que el modelo potencia exponencial presenta las menores *RECM*, además de tener el menor efecto nugget y el modelo de potencia es la segunda mejor opción en términos de las *RECM*.

Tabla 4.2: *RECM* promedio por modelo y estructura espacial estimada.

Modelo	Puntos fijos con valores simulados grandes				
	6	7	8	9	10
Lineal	83250.37	443716.45	323335.97	282217.81	174934.16
Esférico	86480.98	481369.38	349746.70	301557.55	181781.35
Exponencial	82536.96	436141.24	318002.27	278394.31	173158.69
Gussiano	202504.22	917901.63	781915.01	757746.07	342515.27
Potencia-Exponencial	62911.76	170680.19	148900.34	202772.36	161687.20
Racional cuadrático	149855.04	822883.05	633262.68	535427.26	240506.91
de Onda	nugget < 0	nugget < 0	nugget < 0	nugget < 0	nugget < 0
de Potencia	62909.27	170685.53	148900.85	202760.98	161821.57

En tanto que, en la tabla 4.2 se puede observar que nuevamente el modelo potencia exponencial tiene un buen desempeño, seguido del modelo de potencia.

También sobresale en la tabla 4.1 que el modelo de onda expone valores pequeños de la *RECM*, sin embargo tienen un efecto nugget negativo, por lo que debe ser descartado del análisis por generar estimaciones negativas de varianzas.

De esta forma, tanto en las representaciones gráficas mostradas en las figuras 4.7, 4.8 y 4.9, como en las tablas 4.1 y 4.2, se puede ver que el modelo de onda no es una buena alternativa, además de que el modelo lineal tampoco muestra el mejor desempeño.

Por otro lado, contabilizando el número de ocasiones en las que cada uno de los modelos genera la menor *RECM*, tanto para el semivariograma como para la estructura espacial estimada, en la siguiente tabla 4.3 se puede ver que el modelo que muestra el mejor desempeño es el Potencia-Exponencial con la menor *RECM* el 39.8% de las estructuras espaciales simuladas, seguido por el modelo de Potencia para el ajuste espacial y por el esférico en el ajuste del semivariograma.

Tabla 4.3: Porcentaje de eficiencia en términos de la menor *RECM* en el ajuste espacial Kriging y en el semivariograma.

	<i>RECM</i>	
	Kriging	Semivariograma
	%	%
Lineal	10.7	0
Esférico	0.1	33
Exponencial	6.8	0
Gussiano	5.3	0
Potencia-Exponencial	39.8	67
Racional cuadrático	10.9	0
de Onda	1.5	0
de Potencia	24.9	0

Por tanto, se pueden deducir dos puntos: primero, que un modelo particular para el semivariograma puede mostrar el menor error en la interpolación del método Kriging sin tener el mejor ajuste en el semivariograma, es decir, encontrar el modelo que presenta el mejor ajuste en la nube de datos del semivariograma no garantiza el mejor ajuste en la interpolación espacial y, segundo, que el modelo Potencia-Exponencial muestra un buen desempeño para los datos simulados con una estructura espacial gaussiana bivariada.

Capítulo 5

Un caso de estudio

En este caso se analizan los datos registrados en la Zona Metropolitana de Guadalajara (**ZMG**) por dos razones: las concentraciones de contaminantes en la zona han mostrado niveles alarmantes en las últimas décadas, al grado de llamar la atención del gobierno, sociedad y comunidad académica; además de que, en la literatura revisada solo se encontraron dos trabajos en los que se presenta un análisis espacial, el primero de Nájera *et al.*, 2005, [3] en donde se presenta el uso de sistemas de información geográfico para modelar concentraciones de ozono y el segundo de Ramírez *et al.*, 2009, [4] quien muestra un análisis espacial de los contaminantes disponibles en la Red Automática de Monitoréo Atmosférico (**RAMA**) utilizando parámetros de localidad mensuales (promedio, moda y máximos) para generar sus conclusiones.

Ambos trabajos se generan con los datos que registra la RAMA y sus resultados parecen ser débiles en virtud de que Nájera no presenta en su análisis un criterio que permita determinar si se utiliza un modelo adecuado para el semivariograma, en tanto que el trabajo de Ramírez se obtiene a partir de parámetros de localidad.

5.1. La Zona de estudio

Guadalajara es la capital del estado de Jalisco, es rica en arquitectura colonial con una extensión territorial de aproximadamente $562km^2$, tiene un área metropolitana conocida como Zona Metropolitana de Guadalajara y es actualmente la segunda mas

poblada del país y tercera en expansión territorial detrás de la Ciudad de México y Monterrey. Está integrada por los municipios de Guadalajara, Tlaquepaque, Tonalá y Zapopan a partir de 2004 se integraron Tlajomulco de Zúñiga, El Salto y posteriormente se adicionaron Juanacatlán e Ixtahuacán de los Membrillos como municipios exteriores (Delimitaciones de las zonas metropolitanas de México, 2005, [50]).

Se localiza justo en el centro del estado de Jalisco, elevándose en promedio a 1540 metros sobre el nivel medio del mar y se localiza alrededor de las coordenadas de $20^{\circ} 39' 58''$ latitud norte, $103^{\circ} 21' 7''$ longitud oeste y al igual que en otras metrópolis de nuestro país, la ZMG ha experimentado un acelerado crecimiento poblacional, requiriendo para su funcionamiento el suministro de grandes cantidades de insumos y energéticos y, a la vez, constituyéndose en un polo de intensa actividad industrial, comercial y cultural. Sin embargo, este crecimiento poblacional y económico ha traído consigo también mayor impacto al medio ambiente y, en particular, un aumento en la generación de contaminantes atmosféricos.

La severidad del problema de contaminación en el aire del Valle de Atemajac, puede ilustrarse con el hecho de que en 1996 se rebasó la norma de ozono (NOM-020-SSA1-1993) en el 60 % de los días del año, así como la norma correspondiente a partículas de nivel respirable que se excedió en más del 30 % (Programa para el Mejoramiento de la Calidad del Aire en la Zona Metropolitana de Guadalajara, Secretaría del Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca 1997-2001, [38]).

En las últimas décadas, esta Metrópoli ha presentado condiciones de contaminación atmosférica alarmantes por sobrepasar excesivamente la norma oficial de calidad del aire y exponiendo a la población a situaciones de contingencia ambiental. Más aún, esta situación ha llamado fuertemente la atención de gobierno, sociedad y comunidad académica, reflejándose en estudios dedicados al análisis de contaminantes atmosféricos en la zona.

Las montañas que circundan la zona son: al noroeste la Sierra de San Esteban, al sureste la Serranía de san Nicolás y los conjuntos montañosos de Cerro escondido-San Martín y El Tapatío - La Reyna, al sur el Cerro del Cuatro-Gachupín-Santa María y al oeste la Sierra de la Primavera y como se ha mencionado, estas sierras constituyen parcialmente una barrera física natural para la circulación del viento, impidiendo el desalojo del aire contaminado fuera de la ZMG. De hecho, el terreno donde se ubica la

ZMG tiene pendientes muy variables (Programa para mejoramiento la calidad del aire en la ZMG, 1997-2001) y al noreste de la ciudad se tienen alturas bajas (barrancas) de 100 a 200m sobre el nivel de la metrópoli.

Por ello, lograr muestreos tanto de la calidad del aire como de variables atmosféricas en estas ciudades, fue uno de los objetivos que motivaron la instalación de sistemas de monitoreo, para lograr inventarios de emisiones y magnitudes atmosféricas que proporcionarían información sobre la distribución espacial – temporal y a partir de estos datos, sea posible identificar las áreas de la ciudad y horas del día en que las emisiones son mayores a la norma, así como utilizarlas para alimentar modelos de calidad del aire con los registros de concentración de los diferentes contaminantes.

5.2. Red Automática de Monitoreo Atmosférico

Dado que la ZMG reúne las características necesarias en términos de factores antropogénicos y naturales para alcanzar niveles alarmantes de contaminación atmosférica y en consecuencia, se han presentado excedencias a las normas de calidad del aire, siendo el ozono (O_3) y las partículas con diámetro menor o igual a 10 micras (PM_{10}) los contaminantes que rebasan con más frecuencia la norma de calidad del aire.

De esta forma, la ZMG es un buen ejemplo para obtener mapas de calidad del aire, objetivo de este trabajo, que pueden ser de utilidad para quienes monitorean y administran escenarios críticos ante concentraciones elevadas de contaminación atmosférica.

La Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial (SEMADET) administra y opera la Red Automática de Monitoreo Ambiental (RAMA) que inició formalmente en 1993 con ocho estaciones fijas distribuidas en la zona de estudio y se incrementó a diez desde enero de 2013, esta red está distribuida como se muestra en la tabla 5.1. Cabe señalar que en cada estación se registran y almacenan lecturas horarias de concentración de contaminantes criterio como el ozono (O_3 en *ppm*), óxidos de nitrógeno (NO_x , NO y NO_2 en *ppm*), bióxido de azufre (SO_2 en *ppm*), monóxido de carbono (CO en *ppm*), partículas con diámetro menor a diez micrómetros (PM_{10} en $\mu g/m^3$) y además cuenta con equipo meteorológico que reporta temperatura ($^{\circ}C$), humedad

relativa (%), precipitación (mm) y las componentes del viento magnitud (km/h) y dirección (grados).

Tabla 5.1: Características geográficas de las estaciones de la RAMA, ZMG.

Municipio	Estaciones de la RAMA					Tipo	Año de Instalación
	Clave	Nombre	Latitud E	Longitud N	Altitud		
Guadalajara	CEN	Centro	20° 40' 25"	-103° 19' 59"	1582	Urbana	1993
	MIR	Miravalle	20° 36' 52"	-103° 20' 36"	1622	Urbana	1993
	OBL	Oblatos	20° 42' 01"	-103° 17' 47"	1608	Urbana	1993
	VAL	Vallarta	20° 40' 48"	-103° 23' 54"	1640	Urbana	1993
Zapopan	AGU	Las Águilas	20° 37' 51"	-103° 25' 00"	1633	Urbana	1993
	ATM	Atemajac	20° 43' 10"	-103° 21' 19"	1563	Urbana	1993
Tonalá	LDO	Loma Dorada	20° 37' 45"	-103° 15' 50"	1645	Urbana	1993
Tlaquepaque	TLA	Tlaquepaque	20° 38' 27"	-103° 18' 45"	1622	Urbana	1993
El Salto	LPIN	Las Pintas	20° 34' 36"	-103° 19' 35"	1543	Semi Urbana	2012
Tlajomulco de Zúñiga	SFE	Santa Fe	20° 31' 44"	-103° 22' 37"	1541	Urbana	2013

Elaboración propia con datos tomados de (SEMADET, 2013).

Se debe mencionar que con base en diversos trabajos de investigación, esta norma se ha modificado, quedando establecida el 25 de Septiembre del 2005, como LA NORMA OFICIAL MEXICANA (*NOM-025-SSA1-1993*, [55], [56]). En donde, por ejemplo para las partículas suspendidas, la primer norma de 1993, establece que el límite permitido para que la calidad del aire sea saludable, es de $150 \mu g/m^3$, lo cual nos indica que en un promedio diario de 24 horas no debe rebasar este límite, para que la calidad del aire sea saludable, mientras que esta última Norma (2005) nos indica que el límite permisible es de $120 \mu g/m^3$.

5.3. Bases de datos utilizadas

Para cubrir el objetivo del presente trabajo, se solicitó y recolectó la información disponible en la SEMADET desde el primero de enero de 1996 hasta el 31 de diciembre de 2013. A manera de ejemplo, en las figuras 5.1 y 5.2 se muestran las representaciones gráficas de las concentraciones disponibles de ozono y PM_{10} respectivamente.

Como se puede ver en ambas figuras, los datos disponibles¹ permiten examinar el periodo enero/1996 – diciembre/2011 con las ocho estaciones que iniciaron su

¹(<http://siga.jalisco.gob.mx/aire/Datos.html>)

funcionamiento desde 1993; incorporar al estudio la estación LPIN con los registros de nueve estaciones en el año 2012 y revisar la ZMG con los datos observados en las diez estaciones durante 2013.

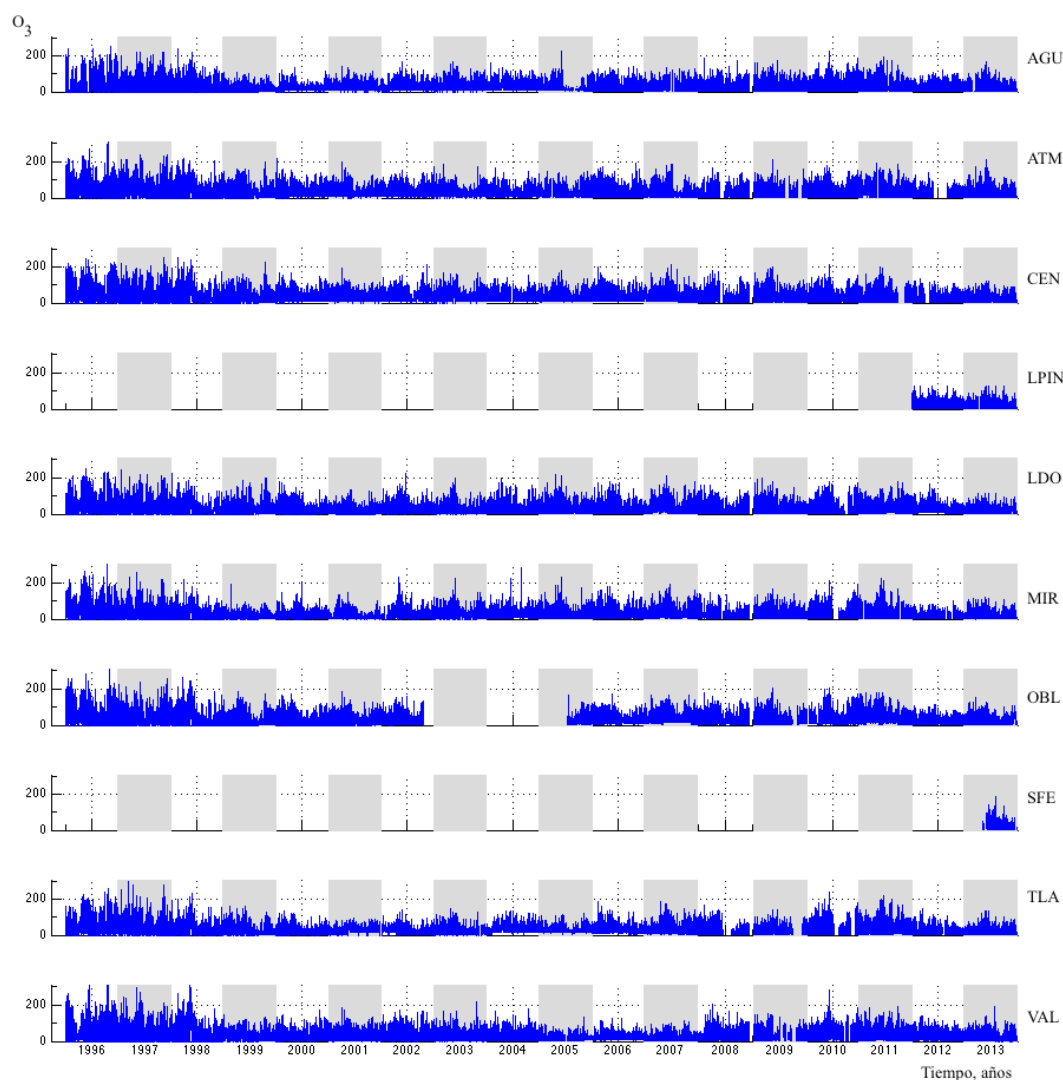


Figura 5.1: Representaciones gráficas de las series de concentración de ozono disponibles en las estaciones de la RAMA, SEMADET (Elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET).

Se investigó sobre la validez y confiabilidad de la base de datos disponible, encontrando que la SEMADET implementa procesos regulares de calibración del equipo instalado en las estaciones, en periodos no mayores a tres meses y se verifican además

ceros/span, haciendo ajustes por lo menos una vez cada dos semanas y se aplica además un mantenimiento preventivo — correctivo (SEMADET, 2013, [54]); asegurando con esto los estándares de confiabilidad y validez de los datos.

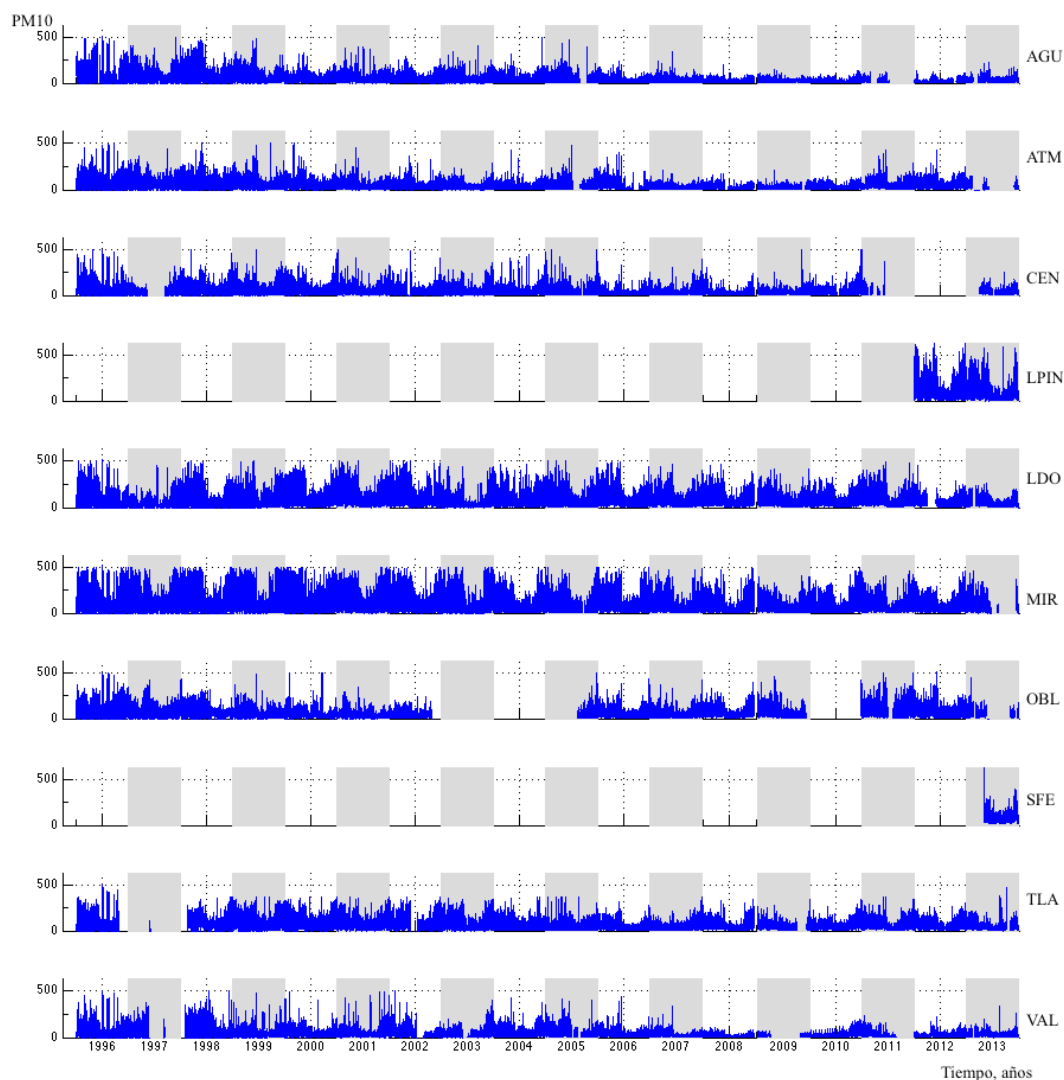


Figura 5.2: Representaciones gráficas de las series de concentración de PM_{10} , disponibles en las estaciones de la RAMA SEMADET (Elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET).

Además, las bases de datos pasaron un análisis estadístico de calidad explorando casos de lecturas perdidas y valores negativos, cuidando principalmente el análisis de lecturas extremas o valores muy grandes como puntos atípicos.

5.4. Discusión de resultados

En una observación general del estudio, tanto el O_3 como las PM_{10} muestran regiones de riesgo bien definidas al interior de la ciudad y con valores altos de probabilidad regional de riesgo ambiental, en donde las zonas de riesgo varían en ubicación y tamaño con base en el periodo temporal que se analiza, y mostrando diferencias inclusive entre los contaminantes analizados.

Para este trabajo se tomó una malla de alta resolución sobre la ZMG, considerando puntos igualmente espaciados en el cuadro delimitado por $[-103.55, -103.15]$ grados de longitud y $[20.425, 20.825]$ grados de latitud, ambos con un tamaño de paso de 0.003 grados latitud, equivalente a 335m aproximadamente, por lo que los resultados se muestran en una retícula $M_{133 \times 133}$ para 133 por 133 puntos en longitud y latitud.

En una malla así construida, la interpolación Kriging ordinario proporciona una estimación horaria de concentración de contaminantes en 17,689 sitios no muestreados y con estos datos estimados, se tiene la posibilidad de observar el comportamiento espacial del contaminante en la malla de alta resolución.

Se utilizaron las matrices de estimaciones horarias $M_{133 \times 133}$ y se localizan regiones que sobrepasan la norma de calidad del aire, identificando condiciones favorables a niveles elevados de concentración de contaminantes, siempre y cuando se presente excedencia en al menos uno de los puntos de la malla, investigando por separado concentraciones de O_3 y PM_{10} .

Finalmente, con estas matrices horarias se calculó la probabilidad de exceder la norma, dado que se sobrepasa al menos en uno de los nodos de la malla, obteniendo una región por periodo de estudio y con ellas, se calculan las regiones de riesgo mediante densidad de probabilidad empírica.

Se analizan tres escenarios: el primero, en donde solo se cuenta con ocho estaciones de monitoreo ambiental; el segundo, en donde se incorporan nueve estaciones y el tercero, en donde se tiene diez estaciones de monitoreo. El motivo principal por el que se implementan estos tres escenarios es porque al RAMA ha estado incrementando su tamaño desde su instalación; de moque que, durante el periodo 01/01/1996 – 31/12/2011 se agrupan los registros que incluían observaciones de ocho estaciones (AGU, ATM, CEN, LDO, MIR, OBL, TLA y VAL), en el año 2012 se incorpora la

estación LPIN, por lo que este periodo se incluyen los registros de las nueve estaciones y finalmente en 2013 se incorpora la estación Santa Fe y de este modo, se incluyen las diez estaciones disponibles a la fecha.

Se seleccionaron solamente lecturas horarias que contaban con registros de los contaminantes que exceden con más frecuencia la norma, incorporando a la base una lectura horaria sí, y sólo si, todas las estaciones contaban con registro del contaminante. Por tanto, los cálculos se obtienen a partir de lecturas horarias de registro completo en todas y cada una de las estaciones.

De esta forma, en una revisión por separado de los casos en los que se identifican regiones de riesgo, se calcula la probabilidad espacial conjunta de excedencias de calidad del aire o probabilidad regional de riesgo ambiental, mediante el modelo empírico de probabilidades (expresión 2.5), permitiendo ubicar zonas de riesgo a concentraciones altas de contaminantes del aire en la ZMG, bajo condiciones que favorecen niveles altos de contaminantes.

Periodo de ocho estaciones

Investigando en primer instancia las concentraciones de ozono, en las figuras 5.3, 5.4 y 5.5 se muestran las regiones de riesgo estimadas en el periodo 1996 – 2011.

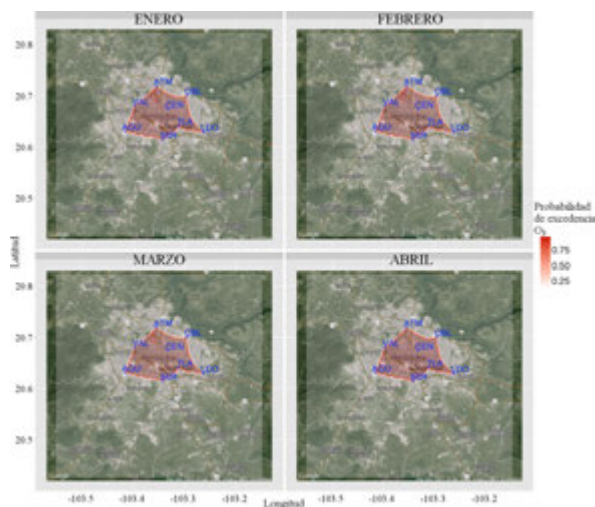


Figura 5.3: Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, ene. - abr. (1996 - 2011).

En particular, la figura 5.3 contiene las interpolaciones estimadas con los registros de ozono en los meses de enero, febrero, marzo y abril (primeros cuatrimestres en los años de 1996 a 2011).

Sobresaliendo por ejemplo una región al sur de la estación ATM con probabilidad superior a 0.75 en los primeros tres meses (enero - marzo), misma que se detecta en el mes de junio (figura 5.4).

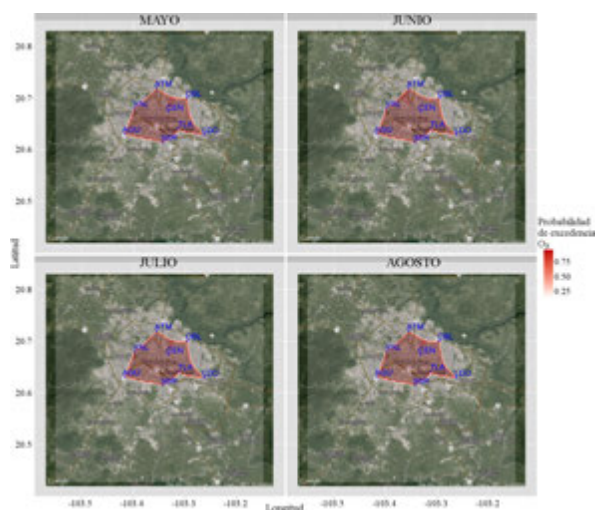


Figura 5.4: Probabilidad regional de riesgo ambiental para O_3 , may. - ago. (1996 - 2011).

En forma equivalente, el 75 % de los registros observados en 1996 - 2011, bajo condiciones que favorecen niveles altos de contaminantes, se excedió la norma de calidad del aire por concentración de O_3 en la zona sur de la estación de ATM durante el primer cuatrimestre, por lo que se identifica claramente una región de riesgo ambiental en dicha zona.

En las figuras 5.4 y 5.5 se presentan las probabilidades espaciales de exceder la norma en el segundo y tercer cuatrimestre, respectivamente, del periodo de ocho estaciones (1996 - 2011).

Sobresale por ejemplo una región que corresponde a las inmediaciones de la colonia Independencia, próxima al estadio Jalisco, entre las estaciones ATM, CEN y OBL, mostrando niveles altos de ozono en los meses de mayo, julio y agosto (figura 5.4) y en el mes de noviembre (figura 5.5) con probabilidad superior a 0.75 de exceder la norma en condiciones favorables a concentraciones altas de contaminantes.

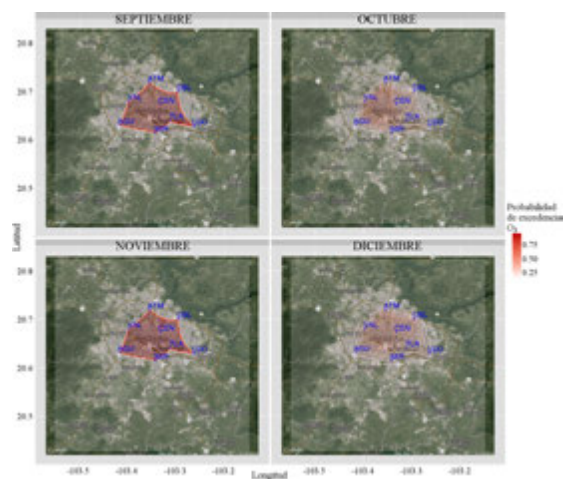


Figura 5.5: Probabilidad regional de riesgo ambiental para O_3 , sep. - dic. (1996 - 2011).

Durante los meses de octubre y diciembre (la figura 5.5) se presentaron los valores más bajos en probabilidad de exceder la norma en condiciones favorables a niveles altos de contaminación, es decir, la probabilidad de exceder la norma es menor a 0.5 en toda la ZMG en los meses de octubre y diciembre. No obstante, en esta misma figura (5.5) se detectan regiones en las que se observa un riesgo de exceder la norma de calidad del aire.

Por otro lado, en las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 se presenta el comportamiento espacial de las regiones de riesgo por exceder la norma de calidad del aire por PM_{10} .

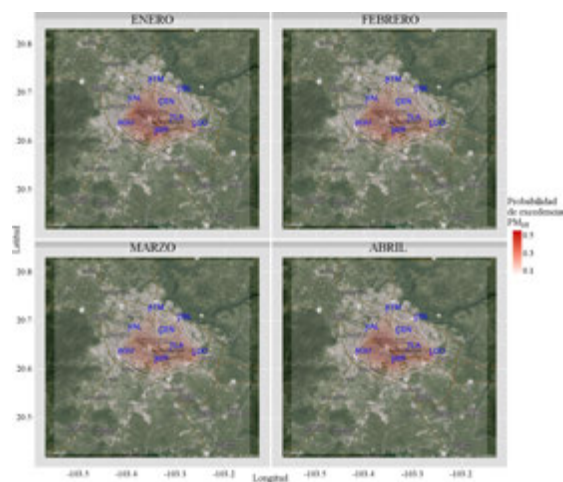


Figura 5.6: Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , ene. - abr. (1996 - 2011).

En donde estas figuras (5.6, 5.7, 5.8) se obtuvieron con los registros observados en la RAMA en el mismo periodo de las figuras anteriores y obtenidas mediante un análisis idéntico al que se hizo a las concentraciones de ozono. En ellas destaca por ejemplo que en los meses de julio, agosto (figura 5.7) y septiembre (figura 5.8), la zona de LDO muestra valores superiores a 0.6 en probabilidad regional de riesgo ambiental, observable por la curva de nivel, en un tono más oscuro, incluyendo la estación LDO.

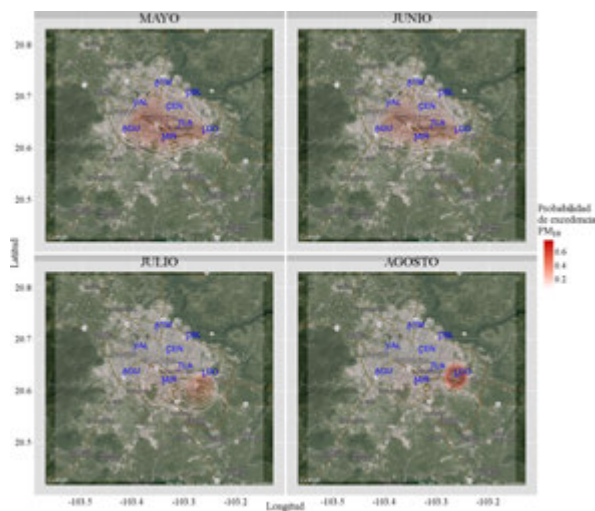


Figura 5.7: Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , may. - ago. (1996 - 2011).

Por otro lado, en la figura 5.8 se puede ver que en el mes de octubre, sobresale una región de riesgo que se distribuye desde la estación MIR hasta la estación LDO. Mientras que en los meses restantes (noviembre, diciembre y de enero a junio), el área de riesgo se localiza entre ATM, VAL, AGU, MIR y CEN, alcanzando incluso la estación de LDO.

En una observación general, de las figuras 5.3 a 5.8, se tiene evidencia de que la zona comprendida entre las estaciones de ATM, VAL, AGU, MIR, CEN y LDO, muestra una región de riesgo ambiental para los contaminantes que exceden con más frecuencia la norma (O_3 y PM_{10}).

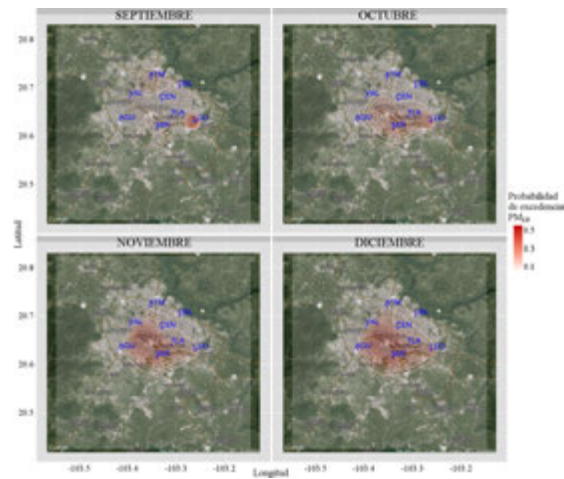


Figura 5.8: Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , sep. - dic. (1996 - 2011).

Registros de 2012

Incorporando ahora la estación LPIN, las gráficas de las figuras 5.9, 5.10, 5.11 y 5.12, 5.13, 5.14 muestran las regiones de riesgo ambiental para O_3 y PM_{10} respectivamente.

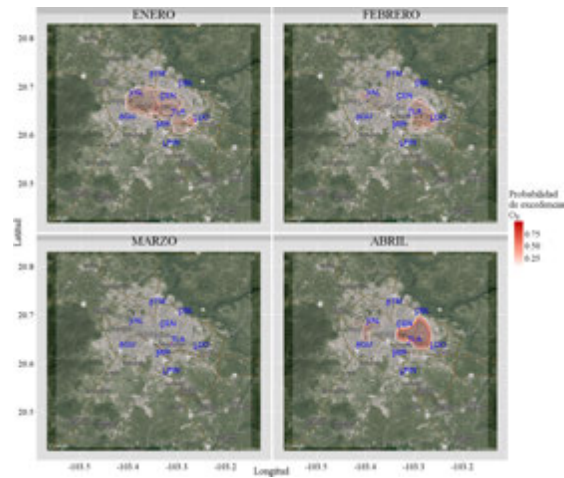


Figura 5.9: Probabilidad regional de riesgo ambiental para O_3 , primer cuatrimestre, 2012.

En particular, en la gráfica 5.10 destaca por ejemplo que, durante el mes de junio se presenta una región de riesgo a concentraciones altas de O_3 con probabilidad mayor a 0.75 sobre la estación VAL y en la localidad ubicada al noreste de la estación CEN; mientras que en el mes de septiembre se presentó una región de riesgo con menor

superficie en la misma localidad (figura 5.11).

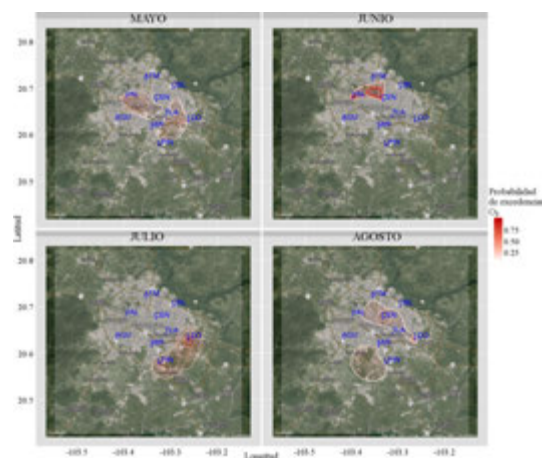


Figura 5.10: Probabilidad regional de riesgo ambiental de O_3 , segundo cuatrimestre, 2012.

En esta misma figura se puede observar que durante el mes de diciembre hay una región de riesgo con probabilidad alta de exceder la norma de calidad del aire en la zona que se localiza en el área comprendida entre las estaciones AGU, MIR y LPIN, que se extiende con menor probabilidad desde la estación VAL y hasta cubrir la región de mayor riesgo, mientras que el mes de marzo (figura 5.9) no se perciben regiones de riesgo para concentraciones de ozono, destacando únicamente una pequeña área sobre la estación de TLA.

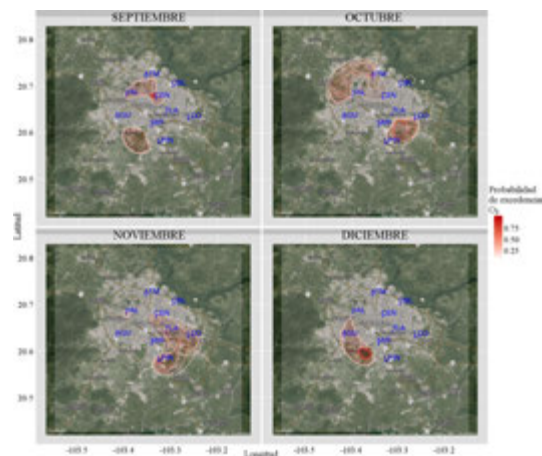


Figura 5.11: Probabilidad regional de riesgo ambiental para O_3 , tercer cuatrimestre, 2012.

Por otro lado, en las gráficas de las figuras 5.12, 5.13, 5.14 se pueden observar las

regiones de riesgo para concentraciones que exceden la norma de calidad del aire en las PM_{10} . En estas figuras sobresale por ejemplo la zona que se encuentra ubicada entre las estaciones de LDO, TLA, MIR y LPIN, en donde se excede la norma con probabilidad mayor a 0.65 en el mes de septiembre (figura 5.14) y con valores de probabilidad superior a 0.6 en enero (figura 5.12), agosto (figura 5.13), noviembre y diciembre (figura 5.14). Sobresaliendo además curvas de nivel con probabilidades menores a 0.2 en la zona OBL durante todo el año (figuras 5.12-5.14).

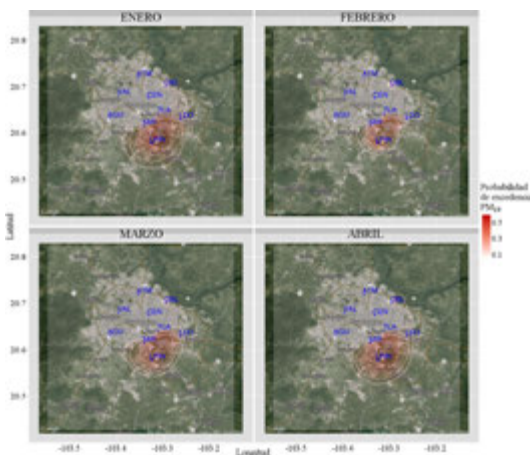


Figura 5.12: Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , primer cuatrimestre 2012.

Al comparar las regiones observadas en las gráficas de las figuras 5.9-5.11 y 5.12-5.14, sobresale fundamentalmente la gran diferencia en el comportamiento espacial del O_3 y las PM_{10} .

Una posible causa es la gran diferencia entre los procesos que los generan, en donde por ejemplo el O_3 es un contaminante fotoquímico secundario, cuyos precursores son los óxidos de nitrógeno, los compuestos orgánicos volátiles y radiación UV; en tanto que las PM_{10} son contaminantes primarios que se vierten directamente a la atmósfera por fuentes naturales o antropogénicas, pero se debe mencionar que es una simple posibilidad. Este resultado abre otra línea de investigación, ya que se requiere de un análisis más profundo para conocer las causas que marcan tal diferencia, destacando que las condiciones geográficas y atmosféricas son idénticas para ambos contaminantes, lo que sugiere que no son decisivas a la distribución espacial de los contaminantes.

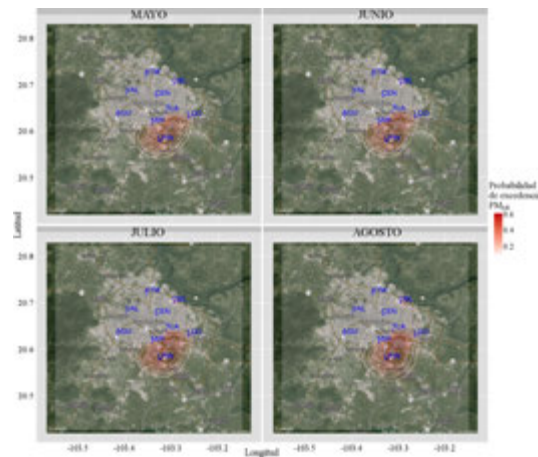


Figura 5.13: Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM_{10} , segundo cuatrimestre 2012.

Destaca además una diferencia significativa en el comportamiento espacial de ambos contaminantes durante el periodo 1996–2011 y lo que se observa durante 2012. Ésto sugiere la necesidad de estimar la región de riesgo ambiental en forma periódica, inclusive diariamente, para proporcionar una herramienta útil a quienes toman decisiones e informan a la sociedad.

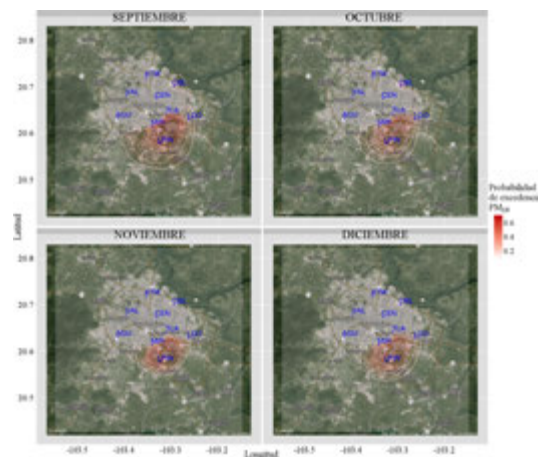


Figura 5.14: Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM_{10} , tercer cuatrimestre 2012.

A reserva de los intereses en la SEMADET, si se tienen lecturas en días que excede la norma de calidad del aire en cualquiera de los contaminantes, se puede estimar en segundos la región de riesgo ambiental y dejar la imagen a disposición de quienes puedan tomar decisiones en favor de proteger a la población.

Registros de 2013

Dando continuidad al análisis de los datos, en las gráficas de las figuras 5.15, 5.16, 5.17 y 5.18, 5.19 se pueden observar las regiones de riesgo ambiental estimadas con las lecturas registradas en el 2013, para las concentraciones de O_3 y PM_{10} respectivamente.

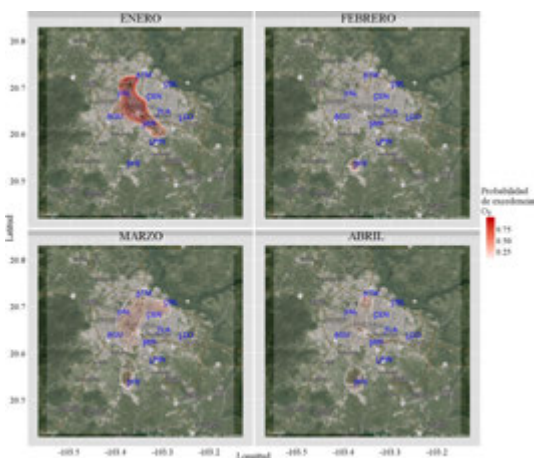


Figura 5.15: Probabilidad regional de riesgo ambiental, O_3 , primer cuatrimestre de 2013.

Resalta nuevamente la marcada diferencia del comportamiento espacial de los datos registrados en el periodo de 1996–2011 y lo observado en este año.

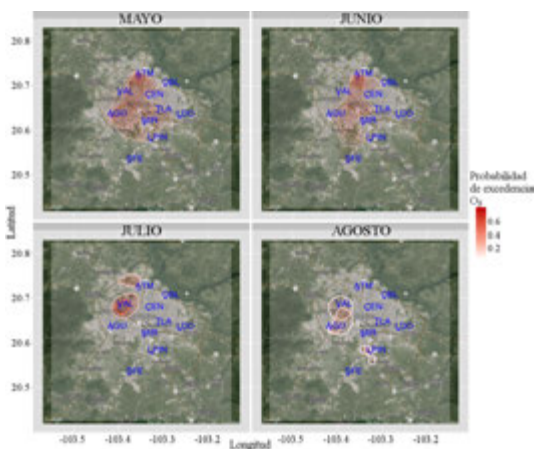


Figura 5.16: Probabilidad regional de riesgo ambiental, O_3 , primer cuatrimestre de 2013.

Se puede advertir además que las regiones de riesgo estimadas con los registros de los años 2012 y 2013, muestran cierta similitud en el comportamiento espacial de las

regiones estimadas.

Sobresale además que durante los meses de septiembre, noviembre y diciembre de 2013, no se presentaron excedencias a la norma de calidad del aire en concentraciones de O_3 y por ende, no aparecen estos meses en la figura 5.16.

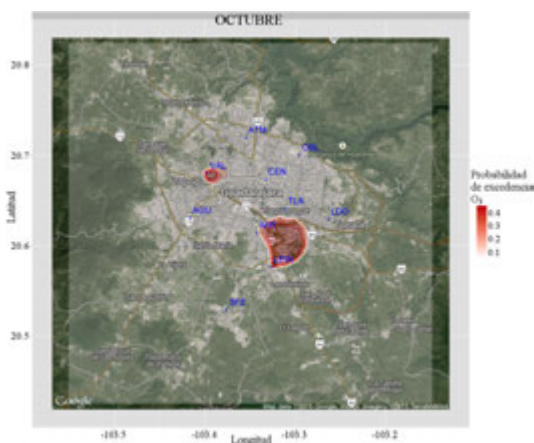


Figura 5.17: Probabilidad regional de riesgo ambiental, O_3 , segundo cuatrimestre de 2013.

Además, se observa un caso similar para las concentraciones de las PM_{10} durante los meses de abril, junio, septiembre y octubre del mismo año, es decir, como se puede ver en las gráficas mensuales de las figuras 5.18 y 5.19, en esos meses tampoco se excedió la norma de calidad del aire por PM_{10} .

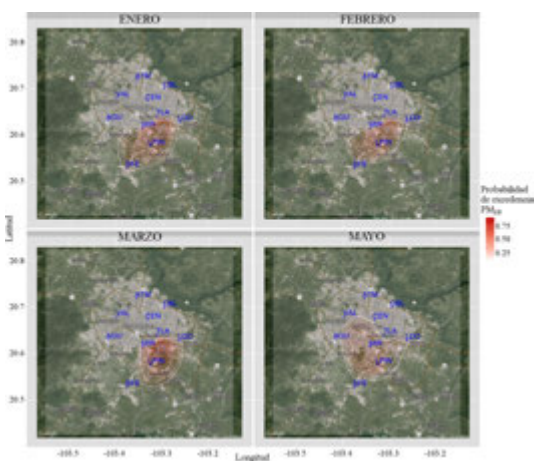


Figura 5.18: Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM_{10} , meses de enero, febrero, marzo y mayo de 2013.

Revisando el desempeño de las concentraciones de O_3 , en las figuras 5.15-5.17 se puede observar que durante enero del 2013 se presentaron los valores de probabilidad más altos del año para la región de riesgo ambiental (superior a 0.75). Además, en las gráficas de la figura 5.15 hay evidencia de que se excedió la norma de calidad del aire para la zona ubicada entre las estaciones de ATM, VAL, CEN, AGU, MIR y extendiéndose hasta Las Pintas con probabilidad de riesgo menor a 0.25, seguido con valores de probabilidad mayores a 0.5 sobre la estación VAL en el mes de julio.

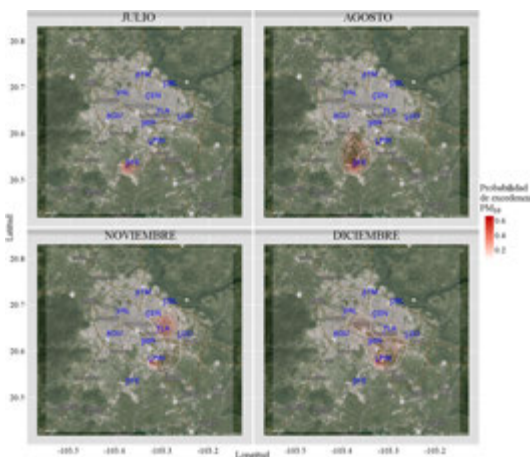


Figura 5.19: Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM_{10} , meses de julio, agosto, noviembre y diciembre de 2013.

Además, en esta misma figura (5.15) sobresale que durante febrero, marzo y abril del mismo año, la zona correspondiente a la estación Santa Fe (Tlajomulco de Zúñiga) presenta probabilidades de riesgo ambiental mayor a cero.

Por otro lado, en las gráficas de las figuras 5.18 y 5.19 se presentan las regiones de riesgo ambiental para concentraciones de PM_{10} , destacando que durante los meses de enero, febrero y marzo se puede observar un comportamiento similar al observado durante el año 2012 (figuras 5.12-5.14), sobresaliendo por ejemplo el mes de marzo (figura 5.18) con probabilidad de riesgo ambiental superior a 0.75, bajo condiciones que favorecen niveles altos de concentración de contaminantes en el aire. Asimismo, sobresale en estas mismas figuras que durante los meses de mayo y diciembre la región de riesgo se entiende a la zona CEN de la ZMG y durante los meses de julio y agosto se concentra sobre la estación de Santa Fe, en el área de Tlajomulco de Zúñiga.

Capítulo 6

Conclusiones y recomendaciones

Suponer que un paquete sea capaz de generar la mejor aproximación de la estructura de una magnitud que se distribuye espacial, aceptando el efecto de *caja negra*, no es la mejor alternativa para magnitudes que muestran fuertes variaciones en espacio tiempo y la importancia de tener la mejor alternativa, queda evidenciada al analizar el caso de estudio, en donde se revisa el riesgo potencial al que está expuesta una población por niveles altos de contaminantes en el aire que respira. En particular, en ciudades grandes como la ZMG no se ha tenido la debida atención y más aún, en este estudio se demuestra que las regiones de riesgo ambiental sobrepasan el entorno próximo a las estaciones de monitoreo, destacando zonas que cubren incluso un gran porcentaje de la zona conurbada.

De igual forma, modelar el desempeño de una variable con parámetros de localidad, cuando la magnitud de estudio presenta fuertes oscilaciones temporales, puede llevar a conclusiones que no corresponden a la estructura espacial observada y con ello, a escenarios en donde se desprotege parte de una población en riesgo sin un aviso oportuno o conocimiento del peligro de salud al que se está expuesto.

Lamentablemente, no se encontraron estudios confiables en la zona de estudio, ni similitud alguna con trabajos a nivel internacional. En específico, la propuesta del cálculo de *probabilidad de riesgo ambiental* para establecer regiones de riesgo no aparece en la literatura. La necesidad de definir este concepto en la tesis, se debe principalmente a que la variación espacial de la concentración de los contaminantes que exceden con más frecuencia la norma en la ZMG no permite conocer un comportamiento con

parámetros de localidad, es decir, si una región específica muestra niveles altos de un contaminante durante un periodo de tiempo y en ciclos posteriores la concentración disminuye, no se tendría evidencia de regiones de riesgo ambiental.

En términos generales, se concluye lo siguiente:

- Los errores que se cometen al tratar de interpretar una estructura espacial mediante máximos diarios, quincenales, mensuales o cualquier periodo largo, son excesivos y los resultados no corresponden a ninguna situación real en la región de estudio.
- El modelo con el menor error de ajuste en el semivariograma no coincide necesariamente con el menor error de interpolación espacial Kriging, por lo que se recomienda revisar el desempeño de la magnitud de estudio para que, mediante un análisis de simulación, se identifique el mejor modelo.
- Se aplica el método de interpolación espacial kriging, encontrando zonas de riesgo que exhiben una fuerte variación mensual para cada contaminante y entre los datos de los contaminantes analizados.
- Los datos hacen suponer que dichas regiones de riesgo pueden atribuirse a los procesos químicos que incrementan la concentración de cada uno de los contaminantes atmosféricos.
- Bajo el concepto de probabilidad regional de riesgo ambiental, se obtiene una medida en la zona de estudio.
- Se obtiene evidencia clara de regiones de riesgo ambiental, con probabilidades superiores a 0.6 bajo condiciones que favorecen concentraciones altas de contaminantes.
- Se detectan regiones de riesgo ambiental por niveles altos de concentración de O_3 y PM_{10} .
- Se encontró que la región centro de la ZMG presenta valores altos de riesgo a concentraciones elevadas de PM_{10} en el periodo 01/01/1996 – 31/12/2011 y que en los años 2012 – 2013 la región de riesgo se ubica al sur – sureste de la ZMG. Sobresaliendo que en 2013 la estación de Santa Fe muestra valores mayores

a cero en términos de riesgo ambiental, lo que hace suponer que las condiciones atmosféricas (como dirección, intensidad del viento e inversión térmica) favorecen el traslado de los contaminantes a dicha zona.

- En el caso del ozono, se detectaron regiones bien definidas en el periodo 01/01/1996 – 31/12/2011, sin embargo el mismo análisis para 2012 y 2013 muestra un comportamiento diferente, es decir, se refuerza la alta variabilidad espacial de las regiones de riesgo ambiental en el tiempo.
- No hay evidencia para creer que las condiciones atmosféricas y geográficas de la zona sean contundentes para las regiones de riesgo ambiental.

Además de las ya mencionadas, otras recomendaciones que se derivan de este trabajo son las siguientes:

- Cuando se aplica el método Kriging, se debe controlar adecuadamente el modelo que “mejor” ajusta al semivariograma muestral para obtener estimaciones espaciales con el menor error. No se recomienda aplicarlo sin tener idea del modelo del semivariograma estimado porque los errores se disparan de manera significativa.
- No se observa evidencia de un comportamiento regular en espacio o tiempo, por lo que se sugiere implementar una metodología que genere un pronóstico diario para regiones de riesgo ambiental.

Este último punto implica la necesidad de estimaciones diarias para mantener protegida la población ante niveles de concentración de contaminantes que sobrepasen las normas de calidad del aire. De hecho es parte de los trabajos que pueden desarrollarse en complemento a los resultados obtenidos en esta disertación.

Cabe resaltar que los resultados del presente trabajo fueron sometidos a la Revista Iberoamericana de Ciencias y fueron aceptados para su publicación, después de una revisión rigurosa. En el apéndice “Artículo Publicado” se adjunta una copia de la publicación de este trabajo (Vol.2, No. 2 - marzo del 2015, [5]).

Apéndice A

Programas utilizados

Los comando y rutinas que se enlistan a continuación se ejecutaron en Matlab 7.6, R2008a instalado en una computadora con sistema operativo Linux, con procesador Intel Core 2 Duo a 2.4GHz y 2GB SDRAM.

Método Kriging Ordinario en Matlab

El método Kriging Ordinario en Matlab se puede obtener mediante la siguientes líneas de comandos, en donde la variable `est` es un vector de cadenas de caracteres con los nombres abreviados de las estaciones, `an` corresponde al año que se analiza y `cc` es una matriz $2 \times e$ en donde e es el número de estaciones.

Semivariograma muestral

```
x=load(est(an,:));k1=[cc';x];[m e]=size(k1);cont=0;
for i=1:(e-1)
    for j=i+1:e
        cont=cont+1;
        h(cont)=norm(k1(1:2,i)-k1(1:2,j));
        g1(cont)=nansum((k1(3:m,i)-k1(3:m,j)).^2)/(2*m);
    end
end
```

Ajuste del Semivariograma

```

% Modelo lineal
b1=inv([h;ones(1,length(h))]*[h' ones(length(h),1)])
    *([h;ones(1,length(h))]*g1');
errlin=norm(g1'-[h' ones(length(h),1)]*b1);
y=b1(1)*h+b1(2);[a b]=max(y);inf=[b1(2) a h(b) errlin];
subplot(8,1,1);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
p=.0001:.1:1.9999;
r=floor(max(h)/2):floor(max(h));
tol=100000;

% Modelo esferico
for j=1:length(r)
    temp=3*h/(2*r(j))-(h/r(j)).^3/2;
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,2);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
    end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

% Modelo exp
for j=1:length(r)
    temp=1-exp(-h/r(j));
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,3);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2]);
    end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

```

```

% Modelo Gauss
for j=1:length(r)
    temp=1-exp(-h.^2/r(j)^2);
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,4);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
    end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

% modelo Pot-Exp
for j=1:length(r)for i=1:length(p)
    temp=1-exp(-h.^p(i)/r(j)^p(i));
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,5);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
    end
end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

% Modelo Racional-Cuad
for j=1:length(r)
    temp=h.^2./(1+h.^2/r(j));
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];

```



```

    subplot(8,1,6);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

% Modelo de onda
for j=1:length(r)for i=1:length(p)
    temp=1-r(j)*sin(r(j)./(h+.0001))./(h+.0001);
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,7);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
    end
end
end
inf=[inf;op];
tol=100000;

% Modelo de potencia
for i=1:length(p)
    temp=h.^p(i);
    b1=inv([temp;ones(1,length(h))]*[temp' ones(length(h),1)])
        *([temp;ones(1,length(h))]*g1');
    errlin=norm(g1'-[temp' ones(length(h),1)]*b1);
    if(errlin<tol)
        tol=errlin;
        bop=b1;
        top=temp;
        y=bop(1)*top+bop(2);[a b]=max(y);op=[b1(2) a h(b) errlin];
        subplot(8,1,8);plot(h,g1,'.',h,y,'*r');axis([0 max(h) 0 2])
    end
end
end
inf=[inf;op]

```

Interpolando Kriging Ordinario

```

cv=inv([[cov(k1(3:m,:));ones(1,e)] [ones(e,1);0]]);
for i=1:n
  for j=1:n
    he1=[];
    for k=1:e
      he1(k)=norm([clon(i);clat(j)]-k1(1:2,k));
    end
    cv1=(bop(1)*he1+bop(2))';
    l1=cv*[cv1;1];
    te1=k1(3:m,:)*l1(1:e);
    for k=1:e
      if(sum(k1(1:2,e)==[clon(i);clat(j)])==2)
        te1=k1(3:m,e);
      end
    end
    tsup=[tsup te1];
  end
end
temp=[]; for i=1:n, temp=[temp; nanmean(tsup(:,n*(i-1)+1:n*i))];end
[lon lat]=meshgrid(clon,clat);colormap autumn;
contourf(lat,lon,temp,5);grid('on');colormap autumn;colorbar

```

Sobreponiendo estimaciones espaciales

```

for i=1:n
  for j=1:n
    sttemp(i,j,ii)=temp(i,j);
  end
end
[lo la ti]=meshgrid(clon, clat, 1:11);
slice(lo,la,ti,sttemp,ka(1)+(kb(1)-ka(1))/2,ka(2)+(kb(2)-ka(2))/2,
1:11)

```

Datos utilizados

Tabla A.1: Concentraciones de ozono registrados en la RAMA en donde se tiene una lectura horarias continuas para cada una de las diez estaciones.

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
1	9	12	4	17	10	7	11	16	11	11
2	18	25	13	27	17	16	23	28	24	26
3	30	34	25	35	20	21	27	41	23	38
4	34	38	33	41	27	26	29	43	28	40
5	41	42	32	42	32	30	35	46	37	47
6	45	50	41	46	34	34	37	47	42	60
7	61	53	47	50	45	36	39	52	49	70
8	74	46	51	53	44	44	36	56	53	71
9	79	38	50	58	37	41	33	50	36	50
10	40	24	38	49	30	27	27	63	34	36
11	32	29	26	34	19	22	22	41	26	37
12	23	28	19	28	14	24	20	20	15	27
13	17	15	13	32	25	25	14	25	20	21
14	32	26	12	29	25	18	19	35	22	34
15	29	24	18	19	8	9	15	20	16	30
16	8	21	16	14	9	4	21	15	10	19
17	14	22	15	9	13	6	20	8	14	22
18	9	21	16	7	11	7	21	5	12	22
19	17	29	15	10	16	7	22	6	17	22
20	15	29	21	6	15	7	21	12	17	30
21	15	28	22	7	9	3	20	10	13	27
22	11	22	17	2	11	3	16	4	12	24
23	5	10	17	2	7	1	11	5	10	20
24	15	18	11	5	9	2	13	9	10	18
25	15	23	15	13	13	8	15	17	13	24
26	17	24	17	21	14	12	19	23	20	26
27	25	26	18	26	17	17	23	23	24	30
28	31	33	23	31	21	22	24	31	29	37
29	34	33	28	34	21	23	26	37	29	39
30	34	32	27	36	23	24	25	38	29	35
31	34	33	27	34	21	22	25	40	27	37
32	25	33	27	32	24	19	27	21	24	30
33	36	35	22	37	27	22	29	36	34	38
34	31	28	31	32	19	18	21	34	24	31
35	17	18	25	19	8	8	12	20	5	14
36	1	12	10	13	3	5	8	12	3	12
37	1	8	3	7	2	1	1	7	1	2
38	1	3	1	5	1	1	1	3	1	4
39	1	3	1	2	1	1	1	3	1	4
40	1	5	1	2	1	1	2	1	1	4
41	1	8	1	2	1	1	4	1	1	3
42	1	13	2	2	5	1	6	1	1	5
43	1	12	4	2	3	1	8	1	1	11
44	5	14	4	2	4	1	8	1	2	17
45	5	9	6	3	2	1	4	2	2	12
46	1	4	5	2	1	1	2	2	1	7
47	1	4	1	2	1	1	1	2	1	1
48	1	7	1	2	1	1	3	2	2	2
49	4	14	2	6	6	4	9	2	7	9
50	7	16	8	10	7	6	12	10	11	11
51	12	20	11	18	12	11	16	15	17	17
52	19	24	17	25	13	15	21	26	18	22
53	22	26	21	25	14	15	21	29	18	23
54	20	27	20	28	16	15	23	35	24	24
55	15	25	22	26	13	13	19	22	20	24

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
56	11	16	20	21	12	11	10	16	18	22
57	10	14	10	14	5	8	8	9	12	19
58	6	12	7	8	6	4	8	8	7	12
59	2	5	7	5	1	2	2	7	1	7
60	2	3	1	9	3	4	1	13	1	2
61	1	3	1	4	3	1	1	4	1	2
62	1	3	1	2	8	1	1	4	1	1
63	1	6	1	2	3	1	5	1	1	2
64	2	15	1	2	6	1	12	1	1	12
65	1	15	4	2	4	1	10	4	2	11
66	1	11	4	3	4	1	8	4	6	10
67	1	10	6	4	1	1	6	10	1	5
68	1	8	3	4	2	1	3	7	1	1
69	1	4	1	3	1	1	1	3	1	2
70	1	3	1	3	1	1	1	1	1	1
71	1	3	1	2	4	1	1	2	1	1
72	1	3	1	3	2	1	1	4	1	1
73	3	5	1	6	1	2	3	7	1	3
74	6	8	2	10	3	4	6	14	4	5
75	12	14	5	14	7	7	11	19	8	10
76	11	20	11	10	11	7	17	22	15	9
77	10	16	15	11	13	6	14	23	14	13
78	18	22	10	16	17	13	16	27	21	21
79	19	24	15	20	17	14	17	29	21	24
80	20	26	18	21	18	14	18	29	22	24
81	17	25	18	21	19	12	19	28	21	21
82	16	21	15	18	15	10	15	25	16	17
83	10	15	12	15	12	6	11	23	13	12
84	3	10	8	10	5	2	6	17	7	7
85	3	8	3	5	4	2	4	12	6	3
86	4	10	2	7	5	2	5	11	5	4
87	6	8	4	8	3	3	6	11	4	6
88	10	10	3	8	4	4	7	14	5	6
89	8	12	5	10	5	5	9	15	5	6
90	5	13	5	11	6	4	9	13	7	7
91	10	12	6	11	5	6	9	14	8	9
92	3	12	8	10	3	5	9	14	6	9
93	1	9	7	4	3	1	5	7	3	5
94	4	4	4	2	1	1	2	1	1	1
95	1	3	1	2	1	1	1	2	1	1
96	3	4	1	3	1	1	2	5	1	1
97	3	4	1	5	1	2	3	7	1	2
98	7	10	1	10	5	5	7	15	6	7
99	11	15	7	15	9	9	10	20	14	13
100	17	20	12	19	12	11	14	23	16	16
101	17	24	14	21	15	13	16	23	18	18
102	17	25	17	24	18	14	18	25	22	20
103	22	25	18	23	19	15	21	27	21	24
104	20	23	21	24	20	16	22	27	21	23
105	18	22	25	22	19	13	21	25	22	27
106	14	21	22	25	18	16	21	25	20	24
107	12	16	21	17	13	10	15	22	14	15
108	7	14	12	15	9	1	8	11	5	5
109	2	6	5	3	1	1	2	12	1	1
110	1	3	1	9	1	1	1	6	1	2
111	1	4	1	6	1	1	3	3	1	1
112	1	12	1	2	4	1	12	1	1	1
113	1	13	2	4	9	1	12	1	9	1
114	1	10	7	2	8	1	13	1	11	3
115	1	9	10	2	4	1	10	3	2	1
116	1	6	6	2	3	1	11	1	1	1
117	1	4	8	2	1	1	4	1	2	2
118	1	4	8	2	1	1	1	2	1	1
119	1	4	1	2	1	1	1	1	1	1
120	1	4	1	3	1	1	2	2	1	1

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
121	3	7	1	5	3	2	5	5	3	3
122	11	16	4	11	8	6	10	11	10	13
123	17	22	11	18	12	12	15	19	14	20
124	24	24	17	26	15	15	19	26	19	24
125	26	27	20	31	19	18	22	32	26	27
126	31	29	24	32	18	18	25	32	29	29
127	28	32	26	32	19	18	26	35	24	31
128	24	30	27	30	15	18	27	38	23	31
129	23	31	26	24	17	16	26	36	22	29
130	11	24	25	18	4	6	18	22	14	17
131	14	22	15	12	12	7	17	13	12	15
132	7	16	12	4	8	1	3	4	1	11
133	1	5	3	2	6	1	5	3	5	3
134	1	9	4	2	1	1	5	5	1	5
135	1	9	1	3	1	1	2	10	1	1
136	1	11	1	11	1	1	7	12	1	2
137	1	14	2	6	1	1	14	15	1	7
138	1	21	6	2	4	1	12	5	6	10
139	1	17	10	2	10	1	8	2	3	15
140	5	13	4	2	4	1	8	1	1	5
141	2	6	9	2	2	1	3	2	1	3
142	1	4	6	2	1	1	1	2	1	5
143	1	4	3	2	1	1	2	2	1	1
144	1	6	1	3	2	1	4	3	1	2
145	6	16	2	8	7	4	10	7	9	10
146	16	22	8	17	11	10	15	14	16	19
147	25	29	15	28	17	18	18	28	26	28
148	31	33	22	33	23	22	23	40	30	35
149	35	38	26	37	28	24	27	46	34	37
150	36	44	31	40	31	22	29	46	39	44
151	43	46	34	42	32	25	32	49	41	49
152	46	40	39	46	28	27	31	54	42	17
153	36	39	35	47	29	24	32	53	36	12
154	29	34	33	30	26	16	29	42	32	10
155	19	19	25	19	7	11	13	19	17	6
156	9	5	12	7	7	3	3	17	3	2
157	3	4	1	5	8	1	4	10	4	1
158	5	4	1	5	2	1	4	3	1	1
159	11	6	1	2	1	1	5	13	1	1
160	19	19	1	2	3	1	8	15	1	2
161	19	13	4	4	4	7	11	12	1	4
162	20	20	6	13	4	10	6	13	1	7
163	22	27	1	13	7	6	18	16	1	7
164	10	24	19	10	4	6	7	8	3	2
165	7	14	14	2	4	2	2	4	1	3
166	1	5	1	2	2	1	1	3	1	3
167	1	4	1	3	1	1	1	1	1	2
168	1	4	1	3	1	1	2	2	1	4
169	4	5	1	7	7	3	4	7	6	1
170	12	18	2	21	18	13	15	23	19	2
171	24	35	18	37	25	20	26	38	31	8
172	48	45	30	45	31	31	36	53	46	18
173	58	62	42	53	34	41	41	66	53	26
174	73	75	54	61	47	45	47	72	65	36
175	97	75	61	61	52	50	48	71	59	45
176	111	62	66	72	43	50	40	75	48	44
177	87	55	59	73	46	49	41	61	59	35
178	55	59	48	59	38	45	46	43	46	27
179	31	34	39	44	32	41	36	23	37	17
180	22	22	21	26	15	21	20	12	16	6
181	37	8	7	27	5	17	15	11	7	0
182	19	21	5	22	3	12	8	15	6	8
183	21	17	1	14	29	15	13	12	10	9
184	24	17	1	17	2	13	12	16	6	7
185	23	18	1	18	2	11	11	17	4	8

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
186	24	18	3	14	29	12	13	16	3	6
187	14	22	1	12	2	9	14	15	4	6
188	2	19	4	9	2	1	15	12	3	8
189	4	20	10	10	8	4	15	10	12	8
190	1	16	12	7	6	2	14	5	1	6
191	1	17	10	5	4	1	14	2	5	6
192	5	15	9	5	8	7	12	4	4	4
193	19	20	12	16	10	12	15	12	12	7
194	33	27	16	23	14	14	20	27	24	10
195	36	29	21	27	16	12	24	31	25	12
196	31	38	23	36	27	21	25	38	29	13
197	48	38	30	53	34	36	34	51	43	20
198	68	51	41	66	44	49	43	70	61	28
199	84	69	57	63	46	50	49	72	64	33
200	96	80	65	59	50	54	44	72	71	40
201	41	37	77	59	35	42	34	64	51	20
202	34	31	38	39	23	23	29	43	25	10
203	28	25	23	17	8	7	17	19	6	8
204	11	14	11	15	4	1	7	10	1	5
205	2	9	4	5	4	1	4	6	1	3
206	1	6	1	8	1	3	2	11	1	2
207	4	19	2	22	1	4	5	19	1	4
208	8	27	3	23	2	7	13	16	1	8
209	27	27	10	17	8	5	21	21	12	9
210	20	28	16	20	4	3	21	26	9	11
211	18	28	17	15	8	7	21	18	6	11
212	12	25	18	9	8	4	20	9	13	11
213	11	16	20	3	6	6	14	4	15	10
214	1	7	16	2	2	1	4	1	6	6
215	1	3	9	2	2	1	1	1	1	1
216	2	7	3	5	7	1	7	2	7	1
217	6	14	4	13	8	6	10	7	11	3
218	16	24	12	24	15	11	17	17	17	8
219	24	31	19	29	22	20	24	29	29	11
220	35	43	25	42	32	26	30	46	37	21
221	46	50	32	48	33	32	30	54	46	31
222	59	48	41	51	36	37	34	53	46	34
223	61	51	43	53	35	41	42	64	49	28
224	71	54	46	57	39	42	41	53	50	25
225	60	52	44	60	39	36	42	64	49	25
226	40	45	42	49	38	30	36	61	37	21
227	20	28	36	36	28	19	25	30	29	14
228	23	20	20	32	17	23	14	21	17	12
229	28	25	11	30	19	27	10	24	19	12
230	19	21	10	34	21	33	21	25	30	14
231	19	28	23	35	23	18	25	22	31	18
232	27	27	25	27	21	16	21	23	26	15
233	24	31	20	23	21	15	23	21	25	11
234	35	34	24	16	15	17	25	21	22	12
235	29	38	22	14	18	11	27	23	20	11
236	19	38	21	8	14	8	27	19	19	11
237	29	34	25	13	13	14	23	9	24	15
238	23	15	29	9	7	6	17	7	13	12
239	8	10	17	2	2	1	9	3	2	6
240	4	10	4	4	2	1	7	3	1	5
241	8	16	7	5	3	1	12	5	4	3
242	20	24	8	11	8	7	16	9	14	6
243	34	35	15	29	21	19	23	31	29	12
244	39	36	26	40	24	24	26	37	33	16
245	34	39	31	41	28	28	30	48	34	18
246	35	38	33	43	16	26	26	52	31	17
247	25	27	25	28	13	15	18	32	20	11
248	29	32	12	39	24	24	25	32	30	9
249	32	39	21	40	28	26	29	48	27	14
250	25	33	28	38	29	24	26	48	31	13

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
251	12	22	27	31	23	12	21	34	27	9
252	4	15	14	19	8	2	10	21	15	4
253	1	20	6	6	3	1	11	10	4	4
254	18	21	11	14	9	1	18	11	14	11
255	23	26	17	32	25	18	22	30	28	12
256	27	31	21	30	23	14	26	21	30	14
257	29	31	21	28	24	19	25	32	27	11
258	24	30	23	27	24	15	23	32	26	10
259	19	28	22	25	22	11	21	26	23	10
260	18	26	19	18	17	9	18	25	21	9
261	20	18	17	11	9	8	13	13	12	9
262	11	7	14	7	4	3	12	10	8	6
263	1	4	7	4	1	1	3	6	1	2
264	1	5	1	4	2	1	3	4	3	1
265	5	11	2	8	4	2	8	4	6	2
266	11	17	6	18	9	7	12	12	12	3
267	14	20	12	22	13	11	16	24	18	7
268	20	24	17	26	15	12	18	32	20	8
269	18	25	18	24	15	11	18	34	18	6
270	16	26	10	26	19	13	17	37	18	4
271	24	30	12	36	25	21	22	47	28	7
272	30	33	17	38	26	25	28	43	33	12
273	18	22	23	20	17	12	17	28	18	8
274	9	8	11	16	11	6	6	22	14	2
275	9	6	4	9	11	5	7	19	6	1
276	5	4	3	6	7	4	4	12	9	1
277	6	3	1	6	3	3	2	8	6	1
278	3	3	1	4	1	2	2	4	1	1
279	1	5	1	5	3	1	7	2	4	1
280	1	11	3	5	7	1	11	4	8	2
281	1	13	5	5	8	3	12	4	8	3
282	3	15	7	5	10	3	11	2	11	4
283	3	15	8	4	10	3	12	4	11	6
284	13	15	11	5	10	6	12	7	13	6
285	11	12	11	6	6	5	8	5	10	6
286	4	5	9	5	4	1	4	2	3	4
287	1	4	3	3	2	1	2	1	2	1
288	1	3	1	3	2	1	2	2	2	1
289	1	5	1	4	2	1	4	2	2	1
290	2	8	1	7	4	1	6	4	5	1
291	3	10	3	8	4	2	5	8	6	1
292	4	10	4	12	6	4	7	8	8	1
293	5	12	6	16	7	5	9	9	13	2
294	9	14	9	19	10	6	10	12	17	2
295	13	18	10	22	11	9	15	19	18	4
296	12	21	14	23	17	12	16	18	17	4
297	10	18	12	21	16	12	11	19	18	3
298	7	9	11	19	10	7	10	15	12	2
299	3	6	7	12	4	3	7	15	3	1
300	1	5	2	5	27	1	2	4	1	1
301	1	4	1	2	1	1	1	1	1	1
302	1	4	1	2	11	1	1	1	1	1
303	1	4	1	3	70	1	1	1	1	1
304	1	5	1	2	1	1	3	1	1	1
305	1	5	1	3	2	1	2	2	1	1
306	1	4	1	4	1	4	2	1	1	1
307	1	4	1	2	5	1	6	2	1	1
308	1	5	1	2	6	1	5	2	2	1
309	1	4	1	2	1	1	4	2	1	1
310	1	4	1	2	1	1	2	2	1	1
311	1	4	1	2	1	1	1	3	1	1
312	1	4	1	3	74	1	2	2	2	1

Fuente: elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET.

Tabla A.2: Concentraciones de PM₁₀ registrados en la RAMA en donde se tiene una lectura horarias continuas para cada una de las diez estaciones.

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
1	64.1	36	43.2	96.2	84.6	137.9	45.5	105.39	49.9	52.3
2	69.8	38.1	41.4	100.9	77.6	112.4	43.9	83.876	66	38.8
3	45.9	32.7	46.8	88.3	63.3	65.4	44.9	86.205	46.3	38.8
4	29	31.7	38.3	54.8	41.5	51.7	38.5	93.181	28.9	38
5	24.6	30.4	36.3	70	42.6	63.5	36.9	90.946	36.4	35.7
6	33.5	27.9	41.9	72.7	44.7	51.4	37.2	78.832	34.4	44
7	37.3	32.6	39.9	66.7	50.9	67.7	37.9	80.562	36.3	53.8
8	38.7	36.7	39.8	76.5	45.3	56.6	43.3	93.474	38.3	52.6
9	43.5	37.9	46.8	99.8	53	58.1	49.7	88.931	37.5	39.6
10	43.5	40.2	47.5	128	61.6	61.3	56.3	96.018	43.6	41.3
11	61.8	95	43.3	192.6	90.9	72.4	101.5	126.78	56.9	73.2
12	66.9	87.9	61.8	157.1	94.1	76.8	112.8	145.57	57.4	70.5
13	65	60.9	67.2	128.4	64.7	83.6	78.6	185.59	45.9	60.6
14	69.4	46.8	62.4	97.7	69.1	63	61.1	139.06	52.9	56.9
15	55.4	40.9	56.9	80.2	59.2	62.2	52.5	83.372	48.2	45
16	30.4	33.5	48.6	72.1	40.4	62.5	40.8	68.096	40.1	40.8
17	36.2	26.8	40.8	60.6	39.7	40.9	35.5	69.862	38.4	33.5
18	46.6	26.2	35.8	57.8	38.5	56.2	35.7	58.73	33.3	34.8
19	45.7	28.1	33.2	70	48.8	85.4	37	76.846	41.4	35.6
20	39.5	29.9	35.1	68.3	53.3	84.1	40.2	91.144	51.4	40.3
21	40.5	36.8	56.2	83	50.3	103.9	59.3	95.16	50.8	39.7
22	58.9	56.2	61.2	147.7	65.7	134.8	76.2	104.6	67.8	38.3
23	90.2	74.5	83.5	416.7	95.9	207.9	84.8	174.87	93.3	46.1
24	80.3	75.8	93.3	194.8	138.4	278.1	105	148.04	78	50.8
25	61.4	53.2	97.2	183.2	133.6	236.6	99.8	129.47	63	53.6
26	50.5	54	84.8	150.7	142.7	134.7	74.5	115.13	63.1	60.4
27	56.3	50.4	73.3	120	80.2	97.5	71	102.88	63.4	58.9
28	60.6	52.8	68.9	72.5	70	70.8	60.9	138.36	56	58.2
29	40.5	35.5	60.3	61.9	64.8	51.2	50.9	121.33	44.5	45.9
30	40.7	34.4	49.8	65.1	47.9	48.8	115	88.421	39.4	40.4
31	41.3	37.1	39.6	66	43.4	50.9	60.3	85.275	41.8	38.3
32	40.8	33.3	41.8	71.2	51.1	48.6	46.1	82.286	37.1	39.8
33	37.9	35.1	41.8	77.1	47.5	60.7	45.7	77.747	32.3	46.2
34	38.5	39.1	44	100.5	55	52.7	55.2	97.633	34.2	44.8
35	71.3	126.5	47.7	275.8	100.5	55.5	153.8	124.68	67.1	103.9
36	79.7	97	85.3	160.3	124.6	48.9	155.2	145.02	71.6	90.2
37	77.9	56.4	87.7	181.6	85.6	78.3	76.4	163.31	53.3	67.4
38	65.6	44.3	69.8	114.5	61	75.2	52	135	40.5	55.8
39	55.2	39.2	55.8	81.6	50.4	60.1	45.7	86.341	43.5	41.1
40	47.1	32.8	58.5	73.8	69.4	54.4	38.8	65.035	56.4	39.7
41	47.3	24.2	47.1	61	68	50.7	38.6	71.07	52.9	33
42	41.2	22	50.8	56.8	62.2	43.5	43.1	66.22	51.5	32
43	32.8	24.1	59	44	55.6	34	51.5	54.823	37.7	35.5
44	26.1	25.7	52.1	40.7	50.5	30.8	42.4	61.311	38.1	27.6
45	29.4	23.5	38.7	52.2	50.4	59.3	33.6	64.859	40.7	27.5
46	42.3	32.2	34.9	97	64.1	77.9	43.2	79.569	56.2	36
47	56.4	33.3	48	100.9	94.5	93.5	71.4	118.95	68.3	47.4
48	45	39.6	61.1	94	123.5	86.8	89.4	151.95	64.4	54.3
49	52.9	39	67.6	88.3	96.1	64.1	71.8	129.17	50.2	48.2
50	51.2	32.7	71.4	66.9	68.7	60.6	61.9	80.349	47.3	44.9
51	40.7	33	60.5	75.4	68.6	66	57.2	64.614	49.2	40.5
52	31	34.2	47.2	60.5	61.2	52.3	48.1	83.921	52.1	29.6
53	22.8	29	35.8	46.6	40.4	34.8	41.7	83.101	33.5	24.6
54	27.8	25.4	32.1	49.5	31.9	37.4	36.6	76.971	25.3	24.4
55	26.5	32.2	30	56.4	41.5	34.3	37.5	77.595	28.2	25.9

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
56	30.3	29.2	30.6	62.7	44.5	34.4	35.3	94.895	29.3	30
57	32.2	33	34	86.6	40.7	41.4	40.1	94.567	31.2	33.9
58	38.9	34.7	33.4	99.1	50.1	46.7	40.8	82.36	35	36
59	45.1	59.7	36.8	125.9	70	59.2	62.6	90.795	41.1	47.9
60	56.9	60.7	50.5	188.7	85.7	70.9	79.8	139.47	50.8	53.8
61	66.8	49.1	67.6	160.5	80.1	80.6	64.9	168.03	54.2	50.3
62	63.3	42	58.8	108.9	96.7	83.7	52.2	201.4	59	62
63	44.7	31.7	62.2	80	79.4	66	48.4	153.39	51.3	49.7
64	37.2	38	66.8	55.1	56.7	40.2	50.3	85.326	29.2	43.1
65	35	28.9	54.6	28.6	44.4	33.2	41.1	58.756	32.7	40.9
66	28.2	23.2	44	30.3	41.5	29.1	35.2	46.057	30.8	33.9
67	27.8	23.6	47	26	32.7	25.5	34	49.318	29.9	30.5
68	34.3	25.2	39	29.4	34.3	33.3	43.2	58.203	31.6	38.2
69	40.3	36.8	35.6	81.7	44.4	59.3	47.5	69.609	35.2	45.6
70	46.9	58.4	54.7	108.7	54.9	80	57.7	97.267	42.8	50.6
71	71.9	98.2	63.2	181.1	94.7	108.5	76	106.88	65.2	62.4
72	72.7	84.4	78.5	167.6	109.1	130.4	72.7	119.21	89.8	51.6
73	42.4	53.7	87.6	107.1	99.9	81.3	69.1	120.23	73.2	36.1
74	33.5	33.5	64.6	71.3	86.1	58.4	48	92.057	51.3	29.8
75	44.3	20	44.2	70.7	59.1	53.2	29.1	78.879	46.5	33.1
76	38.4	23.6	31.8	72.4	51.4	53.7	26.9	73.942	42.3	35
77	26.6	33.6	26.8	83.1	49.3	44.4	36.8	75.259	31.3	37.4
78	32.2	34.8	32.3	92.6	45.8	43.8	43.2	75.775	37.7	43.4
79	42.3	60.9	42.8	87.2	61.5	50.1	76.4	92.382	41.2	52.1
80	55.1	70.9	52.1	110.4	90.1	56.6	81	109.23	52.6	63.8
81	63.3	80.6	61.5	204.6	108.8	87.4	91.7	184.95	70.3	84.8
82	85	82.6	85.3	271.2	137.4	116.4	116.1	205.16	83.4	116.3
83	94.9	78.1	108	215.4	141.1	135.6	120.7	167.17	86.1	95.5
84	88.4	67.4	92.3	166.7	111.9	113.5	115	158.41	78.5	78.5
85	96.6	54	87.6	154.7	86.6	16.3	93.9	150.25	85.5	74.8
86	89.5	44.3	78.5	129	92.7	8.5	72.1	119.41	79.8	79.8
87	78.9	44.7	88.2	96.8	99.6	67.3	64.5	99.152	82.3	71.2
88	60.5	45.5	76	79.3	79	58.8	60.7	79.944	80.6	52.3
89	43.5	37.3	67.8	63.2	63.6	42.5	53.2	71.275	57.6	43.4
90	37.6	29.2	59.6	48.6	55.3	39.7	37.8	63.707	47.5	40.6
91	29.9	25.8	46.8	41.6	47.4	72.3	36.7	58.488	46.1	31.8
92	23.5	32.4	35.3	57.7	44.5	87.3	40.6	64.716	51.7	24.3
93	20.1	29.8	41.2	78.7	55.5	96.3	47.5	84.234	52.9	30.6
94	34.1	55.4	42.9	128.6	79.5	162.4	50.8	109.41	76.5	64.5
95	67.4	86.2	50.7	232	95.4	194.3	65.6	178.62	95.7	89.2
96	87.9	85.8	72.2	216.1	91.3	218.1	66.3	261.06	76.1	88.5
97	84.4	68.5	72.9	205.5	89	200.9	74.9	186.9	63.8	76.3
98	58.6	48.6	87.3	188.1	78.6	128.9	73.7	110.63	67.2	67.5
99	34	24.8	74.2	126.1	47.4	90.6	48.6	94.601	45.3	51.3
100	36.8	37.4	41.2	96.3	53.8	74.8	45.2	119.61	33.7	43.6
101	38.9	59.5	31.6	89.3	54.1	60.5	67.5	135.84	36.4	49.4
102	55.7	71.3	39	95.4	77.2	68.4	72.3	111.9	43.2	56.9
103	63.3	40.3	51.5	104.4	68.6	69	67.5	107.8	49.3	55.8
104	60.2	42.2	51.3	110.1	71.7	73.7	80.8	130.73	53.7	71.5
105	68.1	62.4	58.5	141.5	88.8	87	99.9	118.7	76.2	87.6
106	76.3	104.9	85.6	188.1	128.7	110.3	122.1	109.32	98.6	107.3
107	86	83.1	106.7	191.8	117.2	74.8	111.3	109.37	85.2	104.2
108	102.2	79.6	94.7	157	117.8	9.6	111.8	122.42	100.8	108.1
109	85.9	66.7	122	100.3	111.8	44.9	110.7	137.12	98.8	93.2
110	59.6	55.2	115.8	57.4	110	68.7	94.9	90.897	80.1	71
111	35.4	41.9	87.2	38	68.5	30.7	66.3	54.773	59.2	54.7
112	28.9	42.3	63.8	29.8	39.5	24.4	50.1	45.707	43.2	45.5
113	16.1	37.3	49.9	43.2	38.8	35.1	45.5	51.328	33.9	42.9
114	17.1	32.7	52.4	29.9	35.9	21.3	45.3	67.022	32.1	36.1
115	27.6	27.9	44.4	45.2	42	17.3	40.1	64.216	32.3	33.3
116	29.5	22.6	30.2	81.8	43	37.1	37.1	69.535	33.5	40.7
117	34.7	36	30.5	106	47.8	73.2	36.1	88.965	44.2	39.1
118	62.7	59.8	35.2	219.3	68.7	73.2	53.4	102.53	82.2	50.6
119	88.5	84.4	56.7	371.9	106.1	169.5	79.8	217.53	102.5	77.2
120	90.8	89.2	83.7	336	105.7	216.8	82.3	218.16	73.8	68.7

Continúa en la siguiente página...

<i>n</i>	AGU	ATM	CEN	LPIN	LDO	MIR	OBL	SFE	TLA	VAL
121	96.4	58.6	73.3	164.7	83.8	205.1	78.1	155.67	46.9	60.2
122	81.1	37.8	48.4	136	67.6	153.1	78.1	121.71	44	66
123	49.2	36.4	49.5	54.8	50.2	80.4	78.1	99.712	43.6	41.5

Fuente: elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET.

Índice de figuras

3.1. Forma típica de un semivariograma.	21
4.1. Estructura espacial simulada de seis distribuciones gaussianas bivariadas y marcas de muestreo para implementar el método de interpolación espacial.	25
4.2. Estructura espacial promedio de las distribuciones gaussianas bivariadas de la figura 4.1.	26
4.3. Estructura espacial de las medianas observadas en las distribuciones gaussianas de la figura 4.1.	27
4.4. Estructura espacial de los máximos observados en la malla de las distribuciones gaussianas (figura 4.1).	28
4.5. <i>RECM</i> entre la estructura promedio estimada y las superficies simuladas.	29
4.6. <i>RECM</i> que se comete al suponer que la estructura estimada con los máximos de los datos observados pueda representar las superficies simuladas.	30
4.7. Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, primer caso.	31
4.8. Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, segundo caso.	32
4.9. Estructura estimada con los modelos propuestos para el semivariograma, tercer caso.	33

5.1. Representaciones gráficas de las series de concentración de ozono disponibles en las estaciones de la RAMA, SEMADET (Elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET).	40
5.2. Representaciones gráficas de las series de concentración de PM ₁₀ , disponibles en las estaciones de la RAMA SEMADET (Elaboración propia con datos proporcionados por la SEMADET).	41
5.3. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O ₃ , ene. - abr. (1996 - 2011).	43
5.4. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O ₃ , may. - ago. (1996 - 2011).	44
5.5. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O ₃ , sep. - dic. (1996 - 2011).	45
5.6. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM ₁₀ , ene. - abr. (1996 - 2011).	45
5.7. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM ₁₀ , may. - ago. (1996 - 2011).	46
5.8. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM ₁₀ , sep. - dic. (1996 - 2011).	47
5.9. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O ₃ , primer cuatrimestre, 2012.	47
5.10. Probabilidad regional de riesgo ambiental de O ₃ , segundo cuatrimestre, 2012.	48
5.11. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O ₃ , tercer cuatrimestre, 2012.	48
5.12. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM ₁₀ , primer cuatrimestre 2012.	49
5.13. Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM ₁₀ , segundo cuatrimestre 2012.	50
5.14. Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM ₁₀ , tercer cuatrimestre 2012.	50

5.15. Probabilidad regional de riesgo ambiental, O ₃ , primer cuatrimestre de 2013.	51
5.16. Probabilidad regional de riesgo ambiental, O ₃ , primer cuatrimestre de 2013.	51
5.17. Probabilidad regional de riesgo ambiental, O ₃ , segundo cuatrimestre de 2013.	52
5.18. Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM ₁₀ , meses de enero, febrero, marzo y mayo de 2013.	52
5.19. Probabilidad regional de riesgo ambiental, PM ₁₀ , meses de julio, agosto, noviembre y diciembre de 2013.	53

Índice de tablas

4.1. <i>RECM</i> promedio por modelo para el semivariograma estimado.	34
4.2. <i>RECM</i> promedio por modelo y estructura espacial estimada.	34
4.3. Porcentaje de eficiencia en términos de la menor <i>RECM</i> en el ajuste espacial Kriging y en el semivariograma.	35
5.1. Características geográficas de las estaciones de la RAMA, ZMG.	39
A.1. Concentraciones de ozono registrados en la RAMA en donde se tiene una lectura horarias continuas para cada una de las diez estaciones.	62
A.2. Concentraciones de PM_{10} registrados en la RAMA en donde se tiene una lectura horarias continuas para cada una de las diez estaciones.	67

Bibliografía

- [1] Carroll, R. J., Chen, R., George, E. I., Li, T.H., Newton, H.J., Schmiediche, H. y Wang, N. (1997) *Ozone exposure and population density in Harris County, Texas*, JASA, 92, pp. 392–404.
- [2] Sahu, S. K. y Mardia, K. V. (2005). *A Bayesian Kriged-Kalman model for short-term forecasting of air pollution levels*. J.Royal Statistical Society, Series C, 54, pp. 223–244.
- [3] Nájera-Cedillo, M.C.; Márquez-Azúa, B.; Sánchez-Gómez, R.; Corona, J.P. (2005) *Los sistemas de información geográfica como herramienta para observar el comportamiento del ozono en la Zona Metropolitana de Guadalajara*, GEOS, 25(2), pp. 1-9.
- [4] Ramírez-Sánchez, H.U.; Andrade-García, M.D.; Bejaranc, R.; García Guadalupe, M.E.; Wallo-Vázquez, A.; Pompa-Toledano, A.C.; de la Torre-Villasenor. O. (2009) *The spatial-temporal distribution of the atmospheric polluting agents during the period 2000–2005 in the Urban Area of Guadalajara, Jalisco, Mexico*, J.H.Materials, 165, pp. 1128–1141.
- [5] Sánchez, R.; Sánchez, S.; Sánchez, R.J.; Alcalá, J.; Aguirre, G.R. (2015) *Análisis espacial estimando regiones de riesgo por contaminantes que exceden con más frecuencia la norma en Guadalajara, México*, Revista Iberoamericana de Ciencias, Vol.2, No. 2, ISSN 2334-2501, disponible en <http://www.reibci.org/marzo-15.html>
- [6] Baskent, E.Z. y Jordan, G.A. (1991) *Spatial wood supply simulation modeling*. *The Forestry Chronicle*, 67(6), pp. 610-621.

- [7] Wallerman, J.; Joyce, S.; Vencatasawmy, C.P.; Olsson, H. (2002) *Prediction of forest stem volume using kriging adapted to detected edges*, Can.J.For.Res., 32, pp. 509-518.
- [8] Jost, G.; Heuvelink, G.B.M.; Papritz, A. (2005) *Analysing the space-time distribution of soil water storage of a forest ecosystem using spatio-temporal kriging*, Geoderma, 128, pp. 258-273.
- [9] Adebayo, Y.R. (1987) *Land-use approach to the spatial analysis of the urban 'heat island' in Iba-dan, Nigeria*. Weather, 42(9):273-280.
- [10] Sansó, B. y Guenni, L. (1999) *Venezuelan rainfall data analysed by using a Bayesian space-time model*. Applied Statistics, 48, pp. 345-362.
- [11] García-Cueto, O. R., E. Jáuregui-Ostos, E. Toudert, D.; Tejeda-Martínez A. (2007) *Detection of the urban heat island in Mexicali, B. C., México and its relationship with land use*. Atmósfera, 20(2), pp. 111-131.
- [12] Sánchez Gómez R., H.H. Calderón Flores, R. Fregoso Vázquez, E. Brito Muñoz, M.L. Rujano Silva y S. Sánchez Díaz (2010) *Análisis y estimación de datos perdidos en investigación aplicada*, Editorial Universidad de Guadalajara, pp. 196.
- [13] Neuman, S.P.; Jacobson, E.A. (1984) *Analysis of non intrinsic spatial variability by residual kriging with application to regional ground-water levels*, J. of Mat. Geolo. 16(5), pp. 499-521.
- [14] Mardia, K. V. (1988) *Multi-dimensional multivariate Gaussian Markov random fields with application to image processing*, Journal of Multivariate Analysis, 24, pp. 265-284.
- [15] Carrat, F. and Valleron, A.J. (1992) *Epidemiologic Mapping using the "Kriging" Method: Application to an Influenza-like Epidemic in France*, Am. J. Epidemiol. 135(11), pp. 1293-1300.
- [16] Knorr-Held, L (2000), *Bayesian modelling of inseparable space-time variation in disease risk*, Stat. in Med., 19, pp. 2555-2567.

- [17] Brook RD, Rajagopalan S, Pope 3rd CA, Brook JR, Bhatnagar A, Diez-Roux AV (2010) *Particulate matter air pollution and cardiovascular disease: an update to the scientific statement from the American Heart Association*, *Circulation*, 121, pp. 2331–2378.
- [18] Lark, R.M., Stafford, J.V., Bolam, H.C. (1997), *Limitations on the spatial resolution of yield mapping for combinable crops*, *J.Agric.Engng Res.* 66, pp. 183-193.
- [19] Wani, J.A.; Bhat, M.A.; Kirmani, N.A.; Wani, Z.M.; Bhat, S.N. (2013) *Mapping of Soil Micronutrients in Kashmir Agricultural Landscape Using Ordinary Kriging and Indicator Approach*, 41(2), pp. 319-329.
- [20] Gámez-Martínez, M.; Montero-Lorenzo, J.M.; García-Rubio, N. (2000) *Kriging methodology for regional economic analysis: Estimating the housing price in Albacete*, *Int.Adv.in Economic Research*, 6(3), pp. 438-450.
- [21] Yu, Y; Zhang, J.; Yipeng, J.; Pengjie, Z. (2015) *Kriging interpolating cosmic velocity field*, *American Physical Society*, 92(8), pp. 8-15.
- [22] Gentile, M.; Courbin, F.; Meylan, G. (2013) *Interpolating point spread function anisotropy*, *Astronomy & Astrophysics*, 549(A1), pp. 1-20.
- [23] Krige, D.G. (1951) *A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand*. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, 52:119-139.
- [24] Matheron, G. (1963) *Principles of geostatistics*, *Economic geology*, 58(8), pp. 1246-1266.
- [25] Matheron, G. (1965) *La théorie des variables régionalisées et ses applications*, Masson, Paris.
- [26] Matheron, G. (1971) *The Theory of Regionalized Variables and Its Applications*. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, 5, Fontainebleau: École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [27] Kolmogorov, A.N. (1956) *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea Publishing Co., New York.

- [28] Loève, M., (1963) *Probability Theory I*, Springer-Verlag, New York.
- [29] Kolmogorov, A.N. & Fomin, S.V. (1970) *Introductory Real Analysis*, McGraw-Hill Series in Higher Mathematics, New York.
- [30] Rudin, W., (1974) *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill Series in Higher Mathematics, New York.
- [31] Kallenberg, O. (1997) *Foundations of Modern Probability*, Springer series in statistics. Probability and its applications, Springer-Verlag, New York.
- [32] Ostro B. (1984) *A search for a threshold in the relationship of air pollution to mortality: a re-analysis of data on London winters*, Environ. Health Perspect., 58, pp. 397-399.
- [33] Pope, C.A., D.V. Bates and M.F. Raizenne, (1995) *Health effects of particulate air pollution: Time for reassessment?*, Environ. Health Perspect., 1995a 103, 472-480.
- [34] Pope, C.A., M.J. Thun, M.M. Namboodiri, D.W. Dockery, J.S. Evans, F.E. Speizer and C.W. Heath, (1995) *Particulate air pollution as a predictor of mortality in a prospective study of U.S. adults*, Am. J. Respir. Crit. Care Med., 1995b 151, 669-674.
- [35] Smith, R.L., J.M. Davis, J. Sacks, P. Speckman and P. Styer (2000) *Regression models for air pollution and daily mortality: analysis of data from Birmingham, Alabama*, Environmetrics, 11, 719-743.
- [36] Carey, Iain M., Richard W. Atkinson, Andrew J. Kent, Tjeerd van Staa, Derek G. Cook, and H. Ross Anderson (2013) *Mortality Associations with Long-Term Exposure to Outdoor Air Pollution in a National English Cohort*, Am. J. Respir. Crit. Care Med., 187(11), pp. 1226-1233.
- [37] Schikowski, Tamara, Inga C. Mills, H. Ross Anderson, Aaron Cohen, Anna Hansell, Francine Kauffmann, Ursula Krämer, Alessandro Marcon, Laura Perez¹, Jordi Sunyer¹², Nicole Probst-Hensch and Nino Künzli (2014) *Ambient air pollution: a cause of COPD?*, European Respiratory Journal 43(1) pp. 250-263.

- [38] Gobierno del Estado de Jalisco (1997) *Programa para el Mejoramiento de la Calidad del Aire en la ZMG 1997-2001*, Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, Secretaría de Salud.
- [39] SIMAJ/SEMADET (2014) Plan de Respuesta de Emergencias y Contingencias Atmosféricas de Jalisco (PRECA), Recuperado el 20 de mayo de 2014, en <http://siga.jalisco.gob.mx/aire/PlanCont.html>.
- [40] Secretaría de Medio Ambiente para el Desarrollo Sustentable de Jalisco (2008) *Plan de Contingencias Atmosféricas de la Zona Metropolitana de Guadalajara*. <http://siga.jalisco.gob.mx/contingencia/PdfDocumentos/criterios.pdf>
- [41] Pillsbury H.C., Bright C.C., O'Connor K.J., Irish F.W. (1969) *Tar and nicotine in cigarette smoke*. Journal of the Association of Official Analytical Chemists. 52(3):458–62.
- [42] Godish Thad (2004) *Air Quality 4th Edition*, Lewis Publishers, ISBN: 156670586X.
- [43] National Research Council. (1991) *Rethinking the Ozone Problem in Urban Regional Air Pollution*, National Academy Press, Washington, D.C.
- [44] Bristlecombe P. (1996), *Air Composition and Chemistry, 2nd ed.*, U.K., Cambridge University Press.
- [45] Environmental Canada and Health Canada (2000) *Priority Substances List Assessment Report, Respirable Particulate Matter Less Than or Equal to 10 Microns*, Canadian Environmental Protection Act, 1999.
- [46] Beelen, R. (2008) *Long-term effects of traffic-related air pollution on mortality in a Dutch cohort (NLCS-AIR Study)*. Environmental Health Perspectives, 116(2):196-202.
- [47] Burgess, T. M.; Webster, R. (1980) *Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. I The semi-variogram and punctual Kriging*. Journal of Soil Science, 31 (2):315-331.

- [48] Pope, CA III, et al. (2002) *Lung cancer, cardiopulmonary mortality, and long-term exposure to fine particulate air pollution*, Journal of the American Medical Association, 287(9):1132-1141.
- [49] Report of a WHO Workshop (2007) *Health relevance of particulate matter from various sources*. Copenhagen, WHO Regional Office for Europe, (www.euro.who.int/document/E90672.pdf, accesado el 28 enero 2014).
- [50] SEDESOL/CONAPO/INEGI (2007) Secretaría de Desarrollo Social, Consejo Nacional de Población, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática 2005, *Delimitación de las zonas metropolitanas de México 2005*. Recuperado el 02 de diciembre de 2014, de http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/publicaciones/delimex05/DZMM_2005_0.pdf.
- [51] Tereshchenko I.E., R. Sánchez Gómez (1996) *Acerca de la estructura vertical de la atmósfera sobre la Zona Metropolitana de Guadalajara*, GEOS, Unión Geofísica Mexicana, Boletín Informativo, época II, volumen 16 No. 4 Noviembre de 1996, p.176.
- [52] — (1997) *Resultados de los estudios de las inversiones térmicas sobre la ciudad de Guadalajara, Mexico*, GEOS, Unión Geofísica Mexicana, Boletín Informativo, 17(4), pp. 195-196.
- [53] SIMAJ/SEMADET (2014) Sistema de Monitoreo Atmosférico de Jalisco, Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial, Recuperado el 20 de mayo de 2014, en <http://sigaj.jalisco.gob.mx/aire/Datos.html>.
- [54] SEMADET (2013) Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial, *Sitio de Sistema de Monitoreo Atmosférico de Jalisco*, Recuperado el 10 de octubre de 2014, en <http://semadet.jalisco.gob.mx/medio-ambiente/calidad-del-aire/sitio-de-sistema-de-monitoreo-atmosferico-de-jalisco>.
- [55] Norma Oficial Mexicana NOM-025-SSA1-1993 *Salud ambiental criterio para evaluar la calidad del aire ambiente, con respecto a las partículas menores de 10 micras (PM10)*. Valor permisible para la concentración de partículas menores

de 10 micras (PM10) en el aire ambiente, como medida de protección a la salud de la población., Secretaría de Salud.

- [56] SSA (Secretaría de Salud) (2005) *MODIFICACION a la Norma Oficial Mexicana NOM-025-SSA1-1993*, Recuperado el 20 de mayo de 2014, <http://www.salud.gob.mx/unidades/cdi/nom/025ssa193.html>.
- [57] Philipp Plunch (2004) *Some Theory for the Analysis of Random Fields*, Universität Klagenfurt Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Informatik, Institut für Mathematik.
- [58] VanMarke, E. (1988) *Random Fields, Analysis and Synthesis*. The MIT Press, Cambridge, Massachuettes, London, England.
- [59] Cressie, N; Hawkins, D. M. (1980) *Robust estimation of the variogram I*. *Mathematical Geology*, 12:115-125.
- [60] R. Thorsten Liebers (1996) *What can be done by Bayesian Kriging?*, *Trata Mountains*, Mathematical Publications, Vol. 7.
- [61] Gómez Rubio, V. (2003) *RArcInfo: using G.I.S. data with R*, DSC 2003 Working Papers, <http://www.ci.tuwien.ac.at/Conferences/DSC-2003/>.
- [62] The R Development Core Team (2008) *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, ISBN 3-900051-07-0.
- [63] Wakernagel, H. (1995) *Multivariate Geostatistics*, Springer Verlag, Berlin.
- [64] Yin, R.K. (1994). *Case Study Research: Design and Methods*, Sage Publications, Thousand Oaks, CA.

Artículo Publicado

Análisis espacial estimando regiones de riesgo por contaminantes que exceden con más frecuencia la norma en Guadalajara, México

Rubén Sánchez¹, Silvia Sánchez², Rubén Jacob Sánchez¹, Jaime Alcalá³, Gilberto Rubén Aguirre³
Departamento de Física¹, Departamento de Ciencias Naturales y Exactas², Instituto de Astronomía y Meteorología³
Universidad de Guadalajara
Guadalajara, Jal., México
rubensg@cencar.udg.mx, silviasandi@profesores.valles.udg.mx, raguirre@astro.iam.udg.mx

Abstract— This paper aims to find areas of environment hazard by high-level concentrations of air pollutants. We applied the spatial kriging interpolation method to study the spatial behavior of the ozone and the particulate matter with aerodynamic diameter less or equal than 10 μm in the Metropolitan Zone of Guadalajara. We used an 18-year (1996-2013) hourly observational record of these pollutants to estimate the concentrations in each grid point of an equally spaced grid. We estimated the conditional probability of exceeding the standard air quality given that the norm is exceeded in one monitoring station. The data analysis gives evidence of well-defined spatial hazard regions in the study area.

Keyword— *Ordinary kriging, hazard regions, urban ozone, particulate matter, space-time analysis, Metropolitan Zone of Guadalajara.*

Resumen— Este trabajo tiene como objetivo encontrar regiones de riesgo ambiental por concentraciones altas de contaminantes en el aire. Se aplica el método de interpolación espacial kriging para analizar el comportamiento del ozono y las partículas con diámetro aerodinámico menor o igual a 10 μm en la Zona Metropolitana de Guadalajara. Se utilizaron 18 años (1996-2013) de registros horarios de estos contaminantes y con ellos se estimaron las concentraciones en cada punto de una malla igualmente espaciada. Se estimó la probabilidad condicional de exceder la norma, dado que se excede en una de las estaciones de monitoreo. Los datos dan evidencia de regiones de riesgo ambiental bien definidas sobre la zona de estudio.

Palabras claves— *Kriging ordinario, regiones de riesgo, ozono urbano, partículas menores a 10 micras, análisis espacio-tiempo, Zona Metropolitana de Guadalajara.*

I. INTRODUCCIÓN

La contaminación atmosférica en ciudades grandes, representa un problema serio de salud y calidad de vida a nivel mundial. Al revisar la literatura científica se pueden encontrar trabajos como el de Ostro (1984) quien investiga la relación de valores umbral en concentración de contaminantes con los datos de mortalidad en Londres o bien los resultados que presentan Pope, Bates & Raizenne (1995a), Pope et al. (1995b), Smith, Davis, Sacks, Speckman & Styer (2000) reportando los efectos de concentraciones altas de contaminantes del aire en la salud de la población y trabajos más recientes como el de Carey, Atkinson, Kent, Staa, Cook & Anderson (2013) en los que se establecen relaciones causa – efecto entre concentración de contaminantes del aire y mortalidad, hasta estudios como el de Schikowski et al. (2014) que reportan conclusiones a partir de la información recabada en varios artículos que estudian este tema. Estos trabajos acumulan evidencia suficiente para concientizarse del riesgo al que se somete una población expuesta a niveles altos de contaminantes del aire y han dejado evidencia de que la contaminación atmosférica causa serios problemas de salud.

Se pueden enumerar algunos factores que contribuyen a niveles elevados de contaminación atmosférica en una ciudad: los de tipo antropogénico que van desde el crecimiento acelerado de zonas urbanas, reducción de áreas verdes, parque vehicular en aumento constante y con automotores

relativamente viejos, así como instalaciones de parques industriales, en las proximidades de una ciudad, que sustituyen paulatinamente suelo natural por elementos urbanos; y factores naturales que se caracterizan principalmente por condiciones adversas a la dispersión de los contaminantes, que pueden ser geográficos por cerros y montañas alrededor de la ciudad, constituyendo una barrera horizontal o bien, aspectos meteorológicos adversos al flujo vertical de los vientos que conforman una barrera vertical natural a la dispersión de contaminantes, conocida como frontera superior de la *capa de inversión atmosférica* y fácil de apreciar al observar la ciudad a distancia o desde un punto elevado (figura 1).



Fig. 1. Frontera superior de la capa de inversión atmosférica.

Ante estos escenarios adversos, se han tomado estrategias como el uso de normas internacionales de calidad del aire, la admisión de planes de contingencia aplicables ante distintos niveles de contaminación, el uso de índices e indicadores de contaminación del aire, así como la instalación redes de monitoreo ambiental. Todo con el fin de tener un escrutinio constante de las concentraciones de las especies más dañinas y que afectan a la población, para mantenerla informada ante escenarios adversos. No obstante, el monitoreo informa de concentración de contaminantes en un número limitado de puntos distribuidos en la ciudad; de modo que, si se emite una alarma por niveles altos de contaminación, la población no tiene la información suficiente para tomar estrategias preventivas. Se puede saber que la norma de calidad del aire fue excedida sobre uno o más puntos de monitoreo, pero no hay certeza si los niveles de contaminación se exceden en otras zonas de la ciudad, distantes de los puntos con excedencias.

Partiendo de esto, muchas de las variables ambientales pueden medirse en un número infinito de puntos en una ciudad, desafortunadamente en la práctica esto no es posible. Variables importantes como concentración de contaminantes en el aire, se mide en unos pocos sitios de muestreo, principalmente por el costo que implica la instalación y mantenimiento de equipo avanzado de monitoreo ambiental. De modo que, si se requiere conocer el valor en sitios no muestreados, es necesario estimarlos a partir de las lecturas existentes en los puntos de observación.

El propósito de este trabajo es presentar los resultados del uso del método kriging ordinario para obtener una interpolación espacial de la concentración de contaminantes del aire, incorporando una malla más fina distribuida en la ciudad y presentar mapas de calidad del aire en la ciudad, con la posibilidad de identificar regiones de riesgo por niveles altos de contaminación en el aire. Tomando como ejemplo el caso de la Zona Metropolitana de Guadalajara (ZMG), que se caracteriza por presentar elementos naturales adversos a la dispersión de contaminantes y por tener características antropogénicas favorables a los niveles altos de contaminación atmosférica.

A. Características de la zona de estudio

La ZMG, está integrada por los municipios de Guadalajara, Tlaquepaque, Tonalá y Zapopan (figura 2) a partir de 2004 se integraron Tlajomulco de Zúñiga, El Salto y posteriormente se adicionaron Juanacatlán e Ixtlahuacán de los Membrillos como municipios exteriores (Delimitaciones de las zonas metropolitanas de México, 2005). Concentra a más del 50% de la población estatal y esto genera agudas presiones sociales, demográficas y económicas que demandan espacios, infraestructura y servicios urbanos para atender las necesidades de una población que, al igual que otras metrópolis de México, ha experimentado un crecimiento acelerado en las últimas décadas. Durante los años setenta se establecieron en Guadalajara numerosas industrias extranjeras entre las que sobresalen la fotografía, la cigarrera, la hulera y de productos químicos, que se agregaron a las industrias locales de producción de alimentos, bebidas y metalurgia.



Fig. 2. Localización de la Zona Metropolitana de Guadalajara.

La ZMG se ubica en el centro del estado de Jalisco, a una latitud de $20^{\circ} 39' 54''$ N, longitud de $103^{\circ} 18' 42''$ W y una altitud promedio de 1,540 metros sobre el nivel medio del mar, se sitúa en la cuenca del Valle del Río Grande de Santiago, en los Valles de Atemajac y la Planicie de Tonalá, entre las zonas montañosas de la Sierra Madre Occidental y el Cinturón Volcánico Transmexicano. Las montañas que circundan la zona son: al noroeste la Sierra de San Esteban, al sureste la Serranía de san Nicolás y los conjuntos montañosos de Cerro escondido-San Martín y El Tapatío - La Reyna, al sur el Cerro del Cuatro-Gachupín-Santa María y al oeste la Sierra de la Primavera (figura 3). Estas sierras constituyen

parcialmente una barrera física natural para la circulación del viento, impidiendo el desalojo del aire contaminado fuera de la ZMG. El terreno donde se ubica la ZMG tiene pendientes variables con un promedio de 3% (Programa para mejoramiento la calidad del aire en la ZMG, 1997-2001) y al noreste de la ciudad se tienen alturas bajas (barrancas) de 100 a 200m sobre el nivel de la metrópoli.

Otra desventaja latente son las condiciones atmosféricas desfavorables a la dispersión, tales como clima cálido, combinación de estratificación estable, vientos débiles, provocando con ello mayores niveles en las concentraciones registradas. Recibe una abundante radiación solar debido a su latitud, lo que hace que la atmósfera sea altamente fotorreactiva y en presencia de luz solar los hidrocarburos y los óxidos de nitrógeno reaccionan fácilmente para formar ozono y otros oxidantes. (Programa para mejorar la calidad del aire de la ZMG 1997-2001).

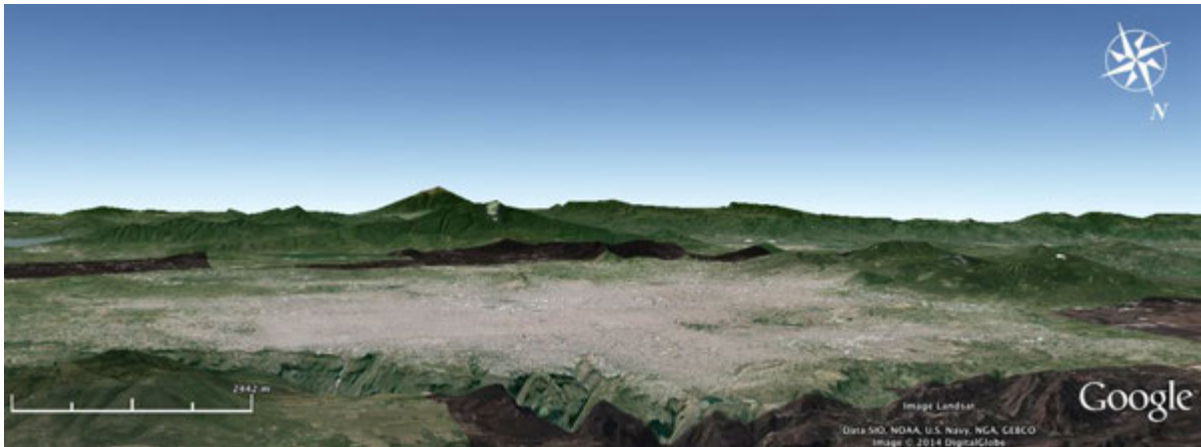


Fig. 3. Orografía de la Zona Metropolitana de Guadalajara.

Tereshchenko y Sánchez (1996) analizaron el comportamiento vertical de la temperatura y del viento en la capa límite de la ZMG, dándole una atención especial a la estratificación de la inversión, ya que debilita fuertemente el intercambio turbulento en la atmósfera y como consecuencia, se reduce el traslado de especies contaminantes desde la superficie terrestre y capas cercana a ella, hasta capas superiores de la atmósfera. En su reporte afirman que la frecuencia de ocurrencia de inversión térmica en la ZMG es superior al 85% de los días, siendo los periodos de enero a junio y noviembre a diciembre cuando se presenta prácticamente todos los días, mientras que para los meses de julio a octubre, su frecuencia llega a ser menor al 50% de los días. Más aún, en la época de invierno (noviembre – febrero) se presentan invasiones de masas de aire frío y seco que penetran por la región norte del país y avanzan hacia la región central, llegando a extenderse hasta la ZMG; esto provoca descensos de temperatura y estratificación de las capas atmosféricas, intensificándose con ello el fenómeno de inversión térmica (Programa para mejoramiento la calidad del aire en la ZMG 1997-2001), que puede ser persistente y durar todo el día.

El espesor de la inversión térmica es típicamente de decenas a algunos cientos de metros, siendo mayor en la época de secas y relacionada con temperaturas de rupturas de cerca de 13°C para los meses más fríos del año (Programa para el Mejoramiento de la Calidad del Aire en la ZMG, 1997), presentándose escenarios de dos o tres inversiones en un mismo día de modo que, puede romper solamente la inversión más próxima a superficie y los contaminantes quedan atrapados a nivel de superficie (Tereshchenko y Sánchez, 1997).

Por tanto, la ZMG reúne las características necesarias en términos de factores antropogénicos y naturales para alcanzar niveles alarmantes de contaminación atmosférica y en consecuencia, se han presentado excedencias a las normas de calidad del aire, siendo el ozono (O₃) y las partículas con diámetro menor o igual a 10 micras (PM₁₀) los contaminantes que rebasan con más frecuencia la norma (tabla 1). Destacando por ejemplo el reporte del Programa para el Mejoramiento de la Calidad del Aire en la ZMG (1997) en donde se manifiesta que el O₃ rebasó la norma el 60% de los días del año en 1996 y que las PM₁₀ lo rebasaron en un porcentaje mayor. Más aún, estos dos contaminantes excedieron la norma de calidad del aire en 2009 (Cuarto almanaque de datos y tendencias de la calidad del aire en 20 ciudades mexicanas, 2000–2009). De esta forma, la ZMG es un buen ejemplo para obtener mapas de calidad del aire, objetivo de este trabajo, que pueden ser de utilidad para quienes monitorean y administran la contaminación atmosférica.

Tabla I. Valores normados de los contaminantes que exceden con más frecuencia la norma.

Contaminante	<i>Exposición aguda</i>		<i>Exposición crónica</i>	<i>Norma</i>
	<i>Concentración</i>	<i>Frecuencia</i>		
Ozono (O ₃)	0.11 ppm (1 hora)	Una vez cada	---	NOM-020-SSA1-1993
	216 µg/m ³	tres años		
Partículas con diámetro menor a 10µ (PM ₁₀)	120 µg/m ³ (en 24 horas)	Una vez al año	50 mg/m ³ (media aritmética anual)	NOM-025-SSA1-1993*

* Valor actualizado, Modificación a la NOM-025-SSA1-1993, SSA, 2005 (www.salud.gob.mx/unidades/cdi/nom/025ssa193.html)

II. MATERIALES Y METODOS

La Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial (SEMADET) administra y opera la Red Automática de Monitoreo Ambiental (RAMA) que inició formalmente en 1993 con ocho estaciones fijas distribuidas en la zona de estudio y se incrementó a diez desde enero de 2013, esta red está distribuida como se muestra en la figura 4 y su georreferenciación se muestra en la tabla 2 (SEMADET, 2013).

En cada una de estas estación se registran y almacenan lecturas horarias de concentración de contaminantes criterio como el ozono (O₃ en ppm), óxidos de nitrógeno (NO_x, NO y NO₂ en ppm), bióxido de azufre (SO₂ en ppm), monóxido de carbono (CO en ppm), partículas con diámetro menor a diez micrómetros (PM₁₀ en µg/m³) y además cuenta con equipo meteorológico que reporta temperatura (°C), humedad relativa (%), precipitación (mm), velocidad (km/h) y dirección del viento (grados). La SEMADET (2013) reporta lectura de radiación solar (w/m²) en las estaciones Vallarta, Las Pintas y Santa Fe, e índice ultra violeta (UV) en la estación Vallarta, pero estos registros no están disponibles (SIMAJ, 2014).

De acuerdo a la documentación disponible, la SEMADET implementa procesos frecuentes de calibración del equipo instalado en las estaciones, en periodos no mayores a tres meses y se verifican además ceros/span, haciendo ajustes por lo menos una vez cada dos semanas, además un mantenimiento preventivo – correctivo (SEMADET, 2013); asegurando con esto los estándares de confiabilidad y validez de los datos.

Tabla II. Estaciones de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (Fuente: SEMADET).

Municipio	Clave	Nombre	Estaciones de la RAMA		Altitud	Tipo	Año de Instalación
			Latitud	Longitud			
Guadalajara	CEN	Centro	20° 40' 25''E	-103° 19' 59'' N	1582	Urbana	1993
	MIR	Miravalle	20° 36' 52''E	-103° 20' 36'' N	1622	Urbana	1993
	OBL	Oblatos	20° 42' 01''E	-103° 17' 47'' N	1608	Urbana	1993
	VAL	Vallarta	20° 40' 48''E	-103° 23' 54'' N	1640	Urbana	1993
Zapopan	AGU	Las Águilas	20° 37' 51''E	-103° 25' 00'' N	1633	Urbana	1993
	ATM	Atemajac	20° 43' 10''E	-103° 21' 19'' N	1563	Urbana	1993
Tonalá	LDO	Loma Dorada	20° 37' 45''E	-103° 15' 50'' N	1645	Urbana	1993
Tlaquepaque	TLA	Tlaquepaque	20° 38' 27''E	-103° 18' 45'' N	1622	Urbana	1993
El Salto	LPIN	Las Pintas	20° 34' 36''E	-103° 19' 35'' N	1543	Semi Urbana	2012
Tlajomulco de Zúñiga	SFE	Santa Fe	20° 31' 44''E	-103° 22' 37'' N	1541	Urbana	2012



Fig. 4. Estaciones georreferenciadas de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico.

De esta forma, los datos disponibles en la RAMA (SIMAJ <http://siga.jalisco.gob.mx/aire/Datos.html>) permiten examinar el periodo enero/1996 – diciembre/2011 con las ocho estaciones que iniciaron su funcionamiento desde 1993; incorporar al estudio la estación LPIN con los registros de nueve estaciones en el año 2012 y revisar la ZMG con los datos observados en las diez estaciones durante 2013. En donde la base de datos pasó un análisis estadístico de calidad explorando casos de lecturas perdidas y valores

negativos, cuidando principalmente el análisis de lecturas extremas o valores muy grandes como puntos atípicos.

A. Interpolación espacial, kriging ordinario

El uso de la interpolación espacial en problemas ambientales ha crecido en años recientes y en el caso específico, el método kriging es una herramienta de interpolación espacial sobre datos dispersos en una superficie, que ha probado ser muy útil en distintos campos de investigación (Burgess y Webster, 1980), en donde se aprovecha principalmente la correlación espacial de una magnitud observada en distintos puntos de una región, mediante el variograma dado por

$$Z_k^* = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \dots + \lambda_n Z_n,$$

en donde el valor no observado Z_k^* se obtiene a partir de las n localidades observadas Z_i y los pesos λ_i , λ_i se calculan asegurando el mejor estimador lineal insesgado, de modo que $E[Z_k^* - Z_k]^2$ sea mínimo, sujeto a la restricción $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$. Más aún, si R es la matriz $n \times n$ dada por

$$R = Cov(Z_i - Z_j),$$

y

$$c = [Cov(Z_k - Z_j), Cov(Z_k - Z_j), \dots, Cov(Z_k - Z_j)],$$

el problema se reduce a resolver el producto matricial

$$Z_k^* = cR^{(-1)}Z^t, \quad (1)$$

en donde $Z = Z_1, Z_2, \dots, Z_n$, t denota transpuesta, (-1) representa la inversa de la matriz R (Vazquez, Fleury y Walter, 2006) y el vector c corresponde al variograma estimado a partir de la propuesta de Cressie y Hawkins (1980), implementando el mejor modelo, en términos de menor error cuadrado medio y efecto nugget, entre los más comunes para el ajuste del variograma (Sánchez, Calderón, Fregoso, Brito, Rujano y Sánchez, 2010).

Para este estudio se toma una malla de alta resolución sobre la ZMG, considerando puntos igualmente espaciados en el cuadro delimitado por $[-103.55, -103.15]$ grados de longitud y $[20.425, 20.825]$ grados de latitud, ambos con un tamaño de paso de 0.003 grados (equivalente a 335m aproximadamente), por lo que los resultados se muestran en una retícula de 133 por 133 puntos en longitud y latitud. Así, la interpolación kriging ordinario proporciona una estimación horaria de la concentración de contaminantes en 17,689 sitios no muestreados. Estos datos estimados dan la posibilidad de observar el comportamiento espacial del contaminante en la malla de alta resolución y con las estimaciones horarias se localizan regiones que sobrepasan la norma de calidad del aire, identificando condiciones favorables a niveles elevados de concentración de contaminantes, siempre y cuando al menos una de las estaciones presenta concentraciones de O_3 o PM_{10} que rebasan las normas de calidad del aire, es decir, se calcula la probabilidad de exceder la norma dado que se sobrepasa al menos en una de las estaciones de monitoreo ambiental. Así, al revisar por separado los casos en que se localizan regiones de riesgo, se calcula la probabilidad espacial conjunta de excedencias de calidad del aire o *probabilidad regional de riesgo ambiental*, permitiendo ubicar zonas de riesgo a concentraciones altas de contaminantes del aire en la ZMG, bajo condiciones que favorecen niveles altos de contaminantes.

III. RESULTADOS

Una observación general del estudio, es que tanto el O_3 como las PM_{10} muestran zonas de riesgo bien definidas al interior de la ciudad y con valores altos de probabilidad regional de riesgo ambiental, en donde las zonas de riesgo varían en ubicación y tamaño con base al periodo temporal que se analiza, encontrando diferencias inclusive entre los contaminantes analizados.

Revisando por ejemplo en forma mensual, en la figura 5 se muestran las regiones de riesgo estimadas con los datos registrados en los primeros cuatrimestres del periodo 1996 – 2011, destacando una región al sur de la estación Atemajac con probabilidad regional de riesgo ambiental superior a 0.75 en los meses de enero, febrero y marzo.

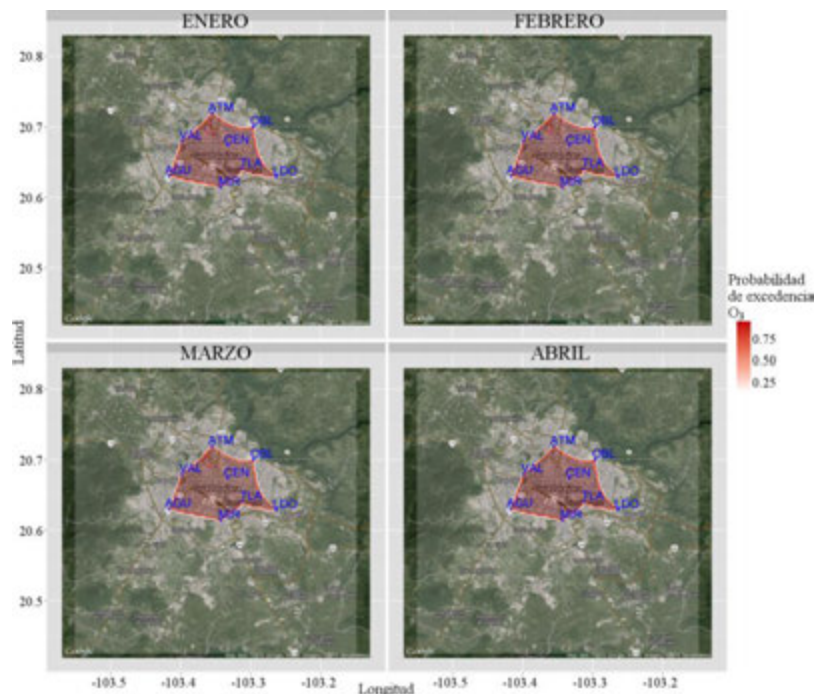


Fig. 5. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O_3 , primer cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

En la figura 6 se muestran las regiones correspondientes al segundo cuatrimestre del mismo periodo, en donde sobresale la región que corresponde a la colonia Independencia, próxima al estadio Jalisco, entre las estaciones Atemajac, Centro y Oblatos, con niveles altos de ozono en los meses de mayo, julio y agosto; mientras que en el mes de junio se presenta nuevamente la región observada en los meses de enero, febrero y marzo (figura 5) con probabilidad superior a 0.75.

Las regiones de riesgo observadas en cuatrimestre correspondiente a los meses de septiembre, octubre, noviembre y diciembre se presentan en la figura 7, en donde se observan regiones de riesgo con probabilidades menores a 0.5 en toda la ZMG durante los meses de octubre y diciembre, no obstante se advierten regiones de riesgo en la zona que comprende Atemajac, Vallarta, Las Águilas, Miravalle y zona Centro. Destaca además el mes de noviembre, en donde sobresale de nuevo la región detectada en los meses de mayo, julio y agosto (figura 6).

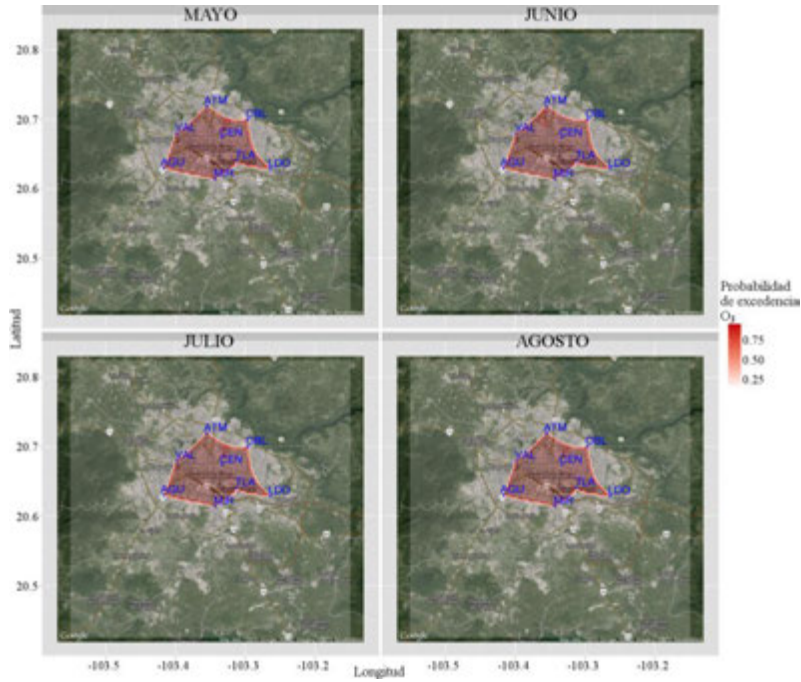


Fig. 6. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, segundo cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

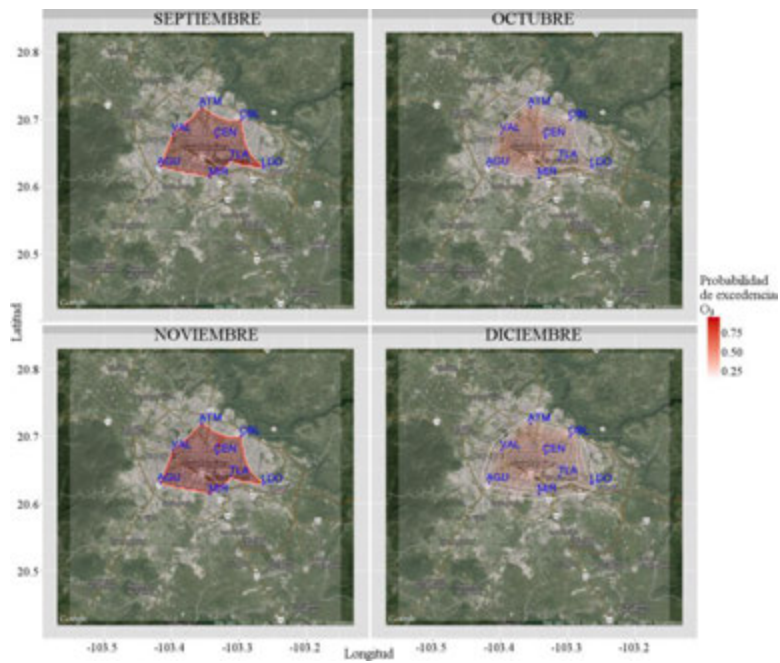


Fig. 7. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, tercer cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

Por otro lado, en las figuras 8, 9 y 10, se puede observar el comportamiento espacial de las regiones de riesgo para concentraciones de PM₁₀ registradas durante el primer, segundo y tercer cuatrimestre, periodo (1996 – 2011) en las ocho estaciones de la RAMA.

En las gráficas sobresale por ejemplo que, en los meses de julio, agosto (figura 9) y septiembre (figura 10), la zona de Loma Dorada presenta valores superiores a 0.6 en probabilidad regional de riesgo ambiental y en octubre (figura 10) se observa una región que se distribuye desde Miravalle hasta Loma Dorada con probabilidad mayor a 0.5.

Además, en los meses de enero hasta junio (figuras 8 y 9) y noviembre, diciembre (figura 10), el área de riesgo se localiza entre Atemajac, Vallarta, Las Águilas, Miravalle y zona Centro, alcanzando incluso la estación de Loma Dorada.

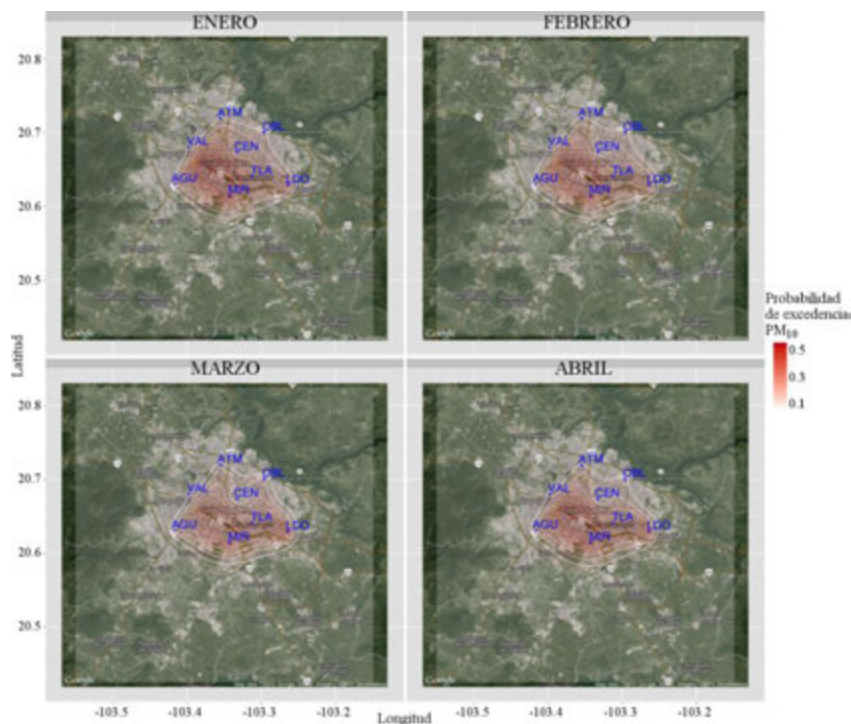


Fig. 8. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM₁₀, primer cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

En una observación general, ambos contaminantes muestran regiones de riesgo ambiental en la zona comprendida entre las estaciones de Atemajac, Vallarta, Las Águilas, Miravalle, zona Centro y Loma Dorada, durante el periodo 1996 – 2011 (de figura 5 a 10), observando probabilidades regionales de riesgo a exceder la norma de calidad del aire superiores a 0.5.

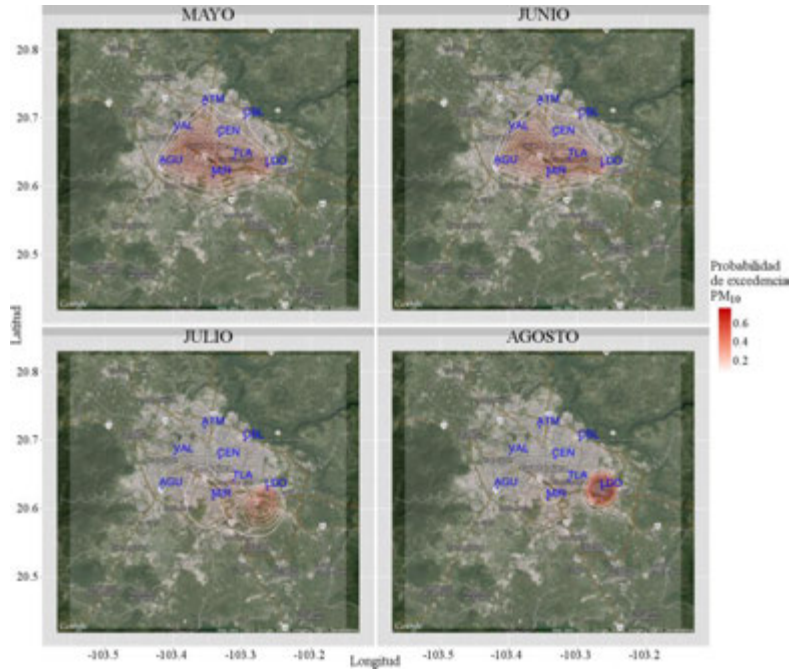


Fig. 9. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , segundo cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

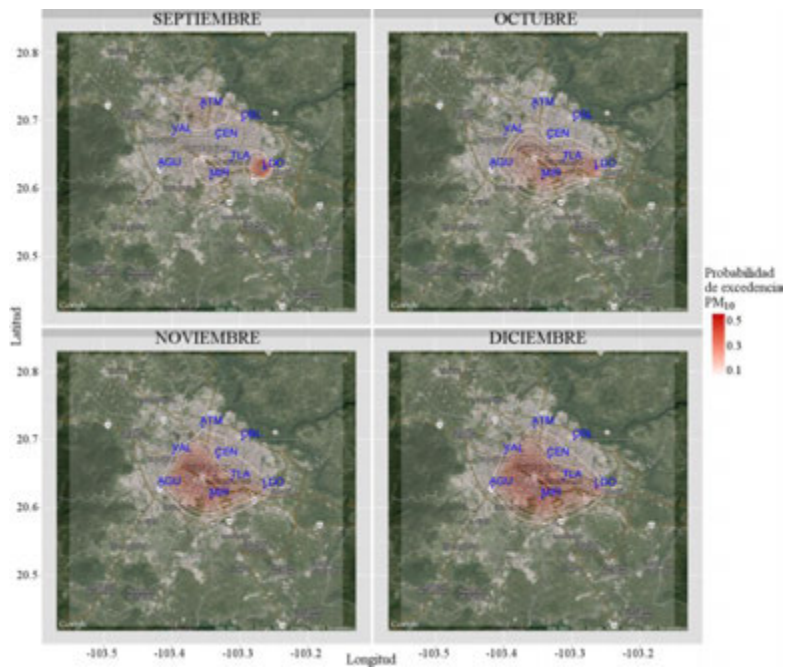


Fig. 10. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , tercer cuatrimestre del periodo 1996 – 2011.

A. *Revisando los datos registrados en 2012*

Incorporando ahora la estación LPIN, de los datos registrados en 2012 se obtienen las gráficas de las figuras 11 a 16, en donde se pueden observar regiones de riesgo para O₃ y PM₁₀.

En la gráfica correspondiente al mes de junio (figura 12) se puede observar una región de riesgo a concentraciones altas de O₃ con probabilidad mayor a 0.75, sobre la estación Vallarta y en una zona ubicada al noreste de la estación Centro; mientras que en el mes de septiembre (figura 13), se presentó la región de riesgo con menor probabilidad en la misma localidad. Por otro lado, en la misma figura se puede observar que durante el mes de diciembre, hay una región de riesgo con probabilidad alta en la zona que se localiza entre las estaciones de Las Águilas, Miravalle y Las Pintas; misma que se extiende con menor probabilidad desde la estación Vallarta, hasta cubrir dicha región de mayor riesgo. Además, sobresale que en el mes de marzo no se observan regiones de riesgo extensas para concentraciones de ozono (figura 11).

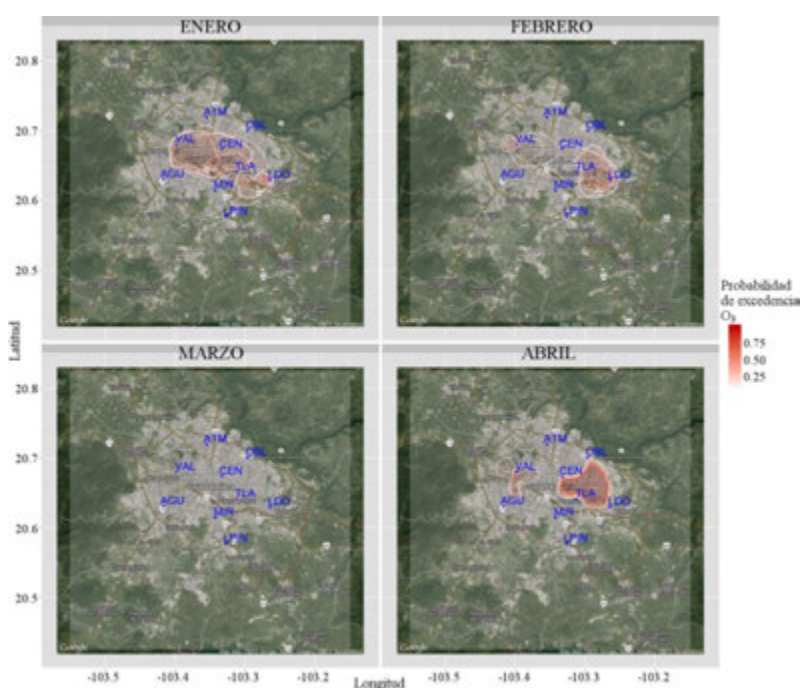


Fig. 11. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, primer cuatrimestre de 2012.

Ahora, en las gráficas de las figuras 14 a 16, se pueden observar una región de riesgo perfectamente definida entre las estaciones de Loma Dorada, Tlaquepaque, Miravalle y Las Pintas, durante todo 2012, para las concentraciones que exceden la norma para calidad del aire en las PM₁₀ registradas en la zona de estudio. Sobresale por ejemplo el mes de septiembre (figura 16) con probabilidad mayor que 0.65 de exceder la norma de calidad del aire, mientras que se ven valores menores a 0.6 en los meses de enero, agosto, noviembre y diciembre; y probabilidades menores a 0.2 durante todo el año, en la zona como Oblatos.

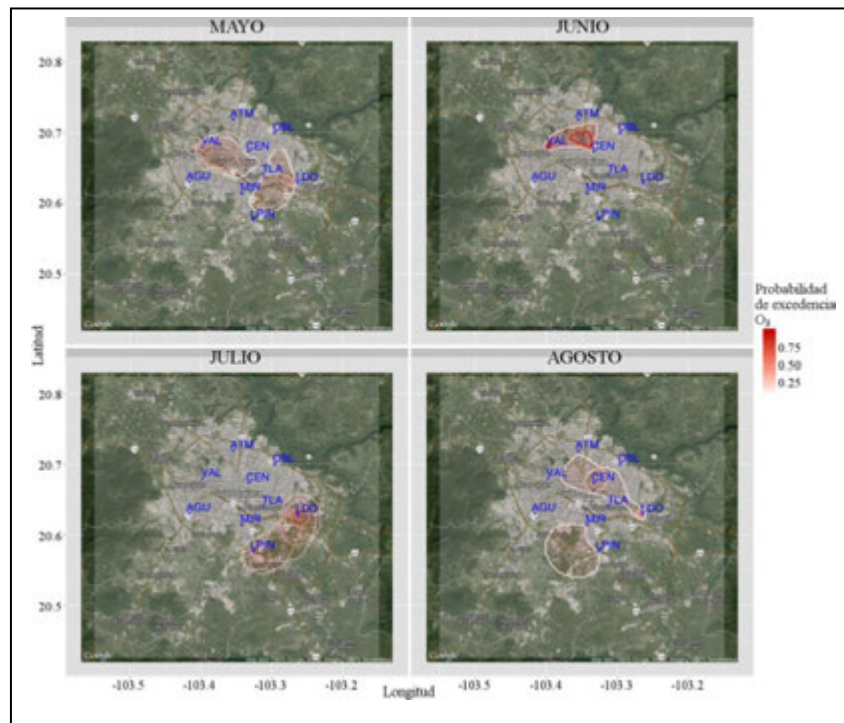


Fig. 12. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, segundo cuatrimestre de 2012.

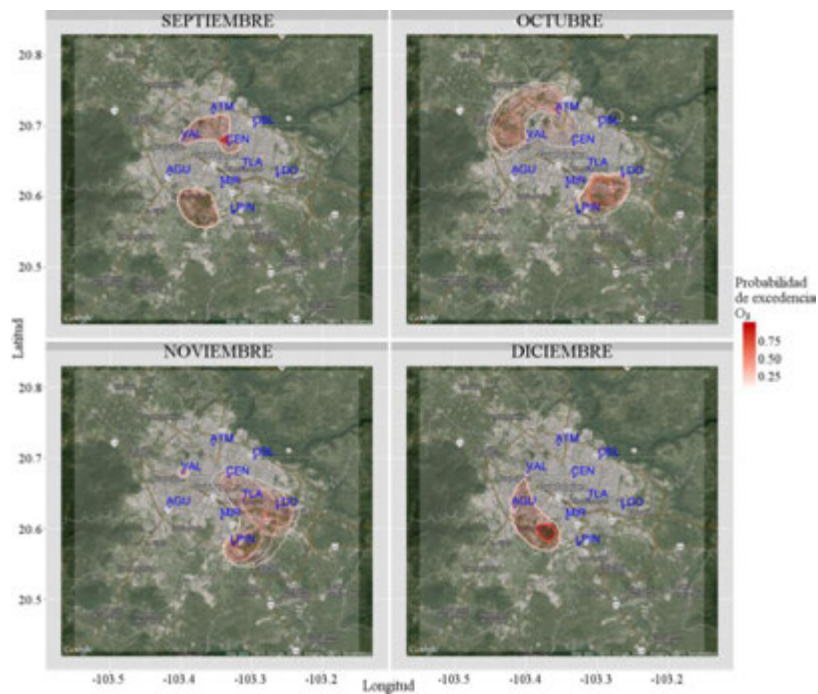


Fig. 13. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, tercer cuatrimestre de 2012.

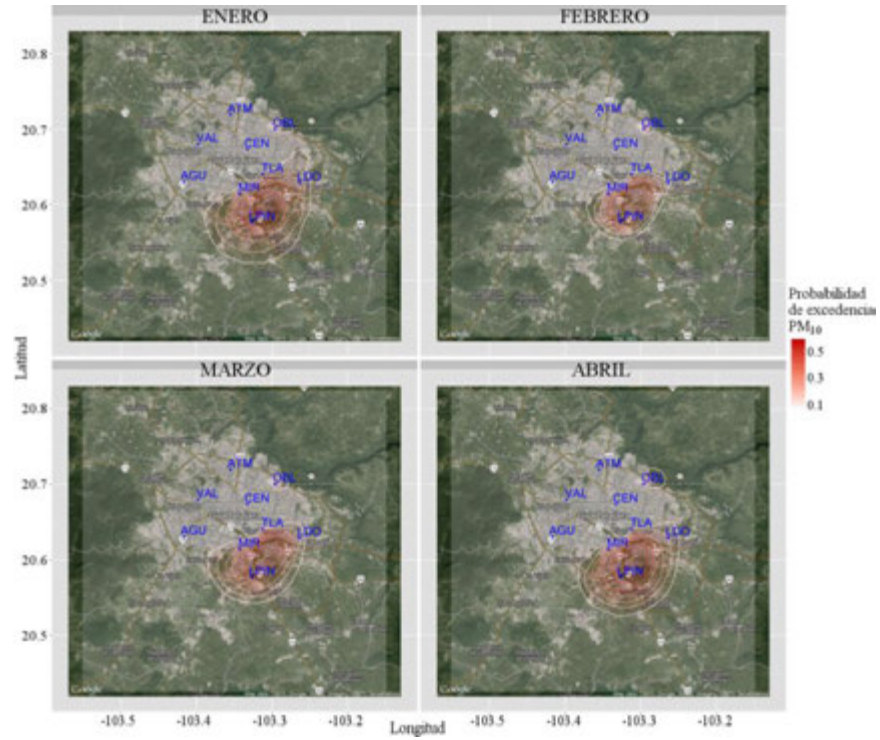


Fig. 14. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , primer cuatrimestre de 2012.

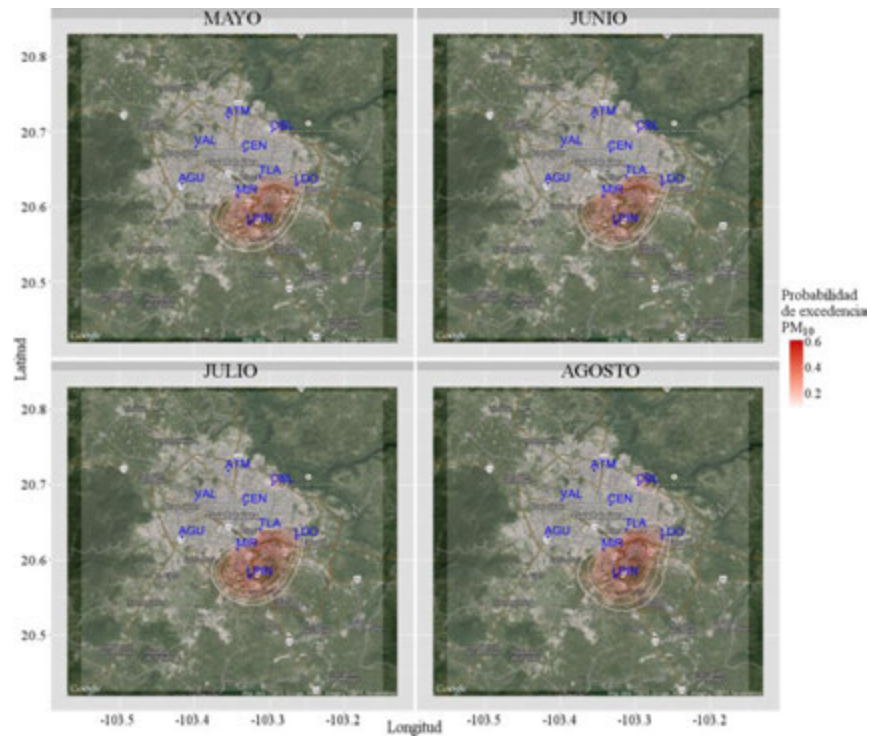


Fig. 15. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , segundo cuatrimestre de 2012.

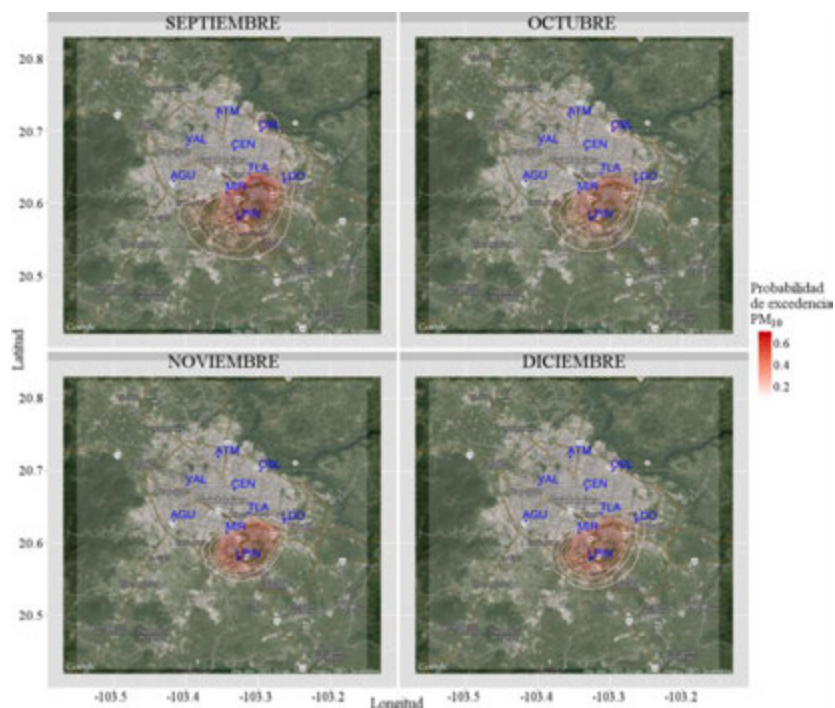


Fig. 16. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM_{10} , tercer cuatrimestre de 2012.

Al comparar las regiones observadas en las gráficas de las figuras 11 a 16, destaca fundamentalmente la gran diferencia en el comportamiento espacial del O_3 en comparación con las PM_{10} , podría ser evidente en virtud de que los procesos que los generan son muy diferentes, en donde por ejemplo el O_3 es un contaminante fotoquímico secundario, cuyos precursores son los óxidos de nitrógeno, los compuestos orgánicos volátiles y la radiación ultra violeta, en tanto que las PM_{10} son contaminantes primarios que se vierten directamente a la atmósfera por fuentes naturales o antropogénicas. Sin embargo, esto es una simple hipótesis que debe revisarse en estudios posteriores. No obstante, se debe mencionar que las condiciones geográficas y atmosféricas fueron idénticas para ambos contaminantes, lo que sugiere que éstas repercuten en menor medida y la diferencia se pueda atribuir a los procesos individuales que los generan.

Sobresale además la fuerte diferencia en el comportamiento espacial de ambos contaminantes durante el periodo 1996 – 2011 y lo observado en 2012, lo que sugiere la necesidad de estimar la región de riesgo ambiental en forma periódica, inclusive diariamente, para proporcionar una herramienta útil a quienes toman decisiones e informan a la sociedad.

B. Revisando los datos registrados en 2013

Agregando las observaciones de la estación Santa Fe, en las gráficas de las figuras 17 a 21 se pueden observar las regiones de riesgo ambiental de los registros del 2013, para las concentraciones de O_3 (figuras 17 a 19) y PM_{10} (figuras 20 y 21), en donde sobresale que durante los meses de Septiembre, Noviembre y Diciembre no se presentaron excedencias a la norma de calidad del aire en concentraciones de O_3 , mientras que durante abril, junio, septiembre y octubre, tampoco se excedió la norma de calidad del aire para las PM_{10} .

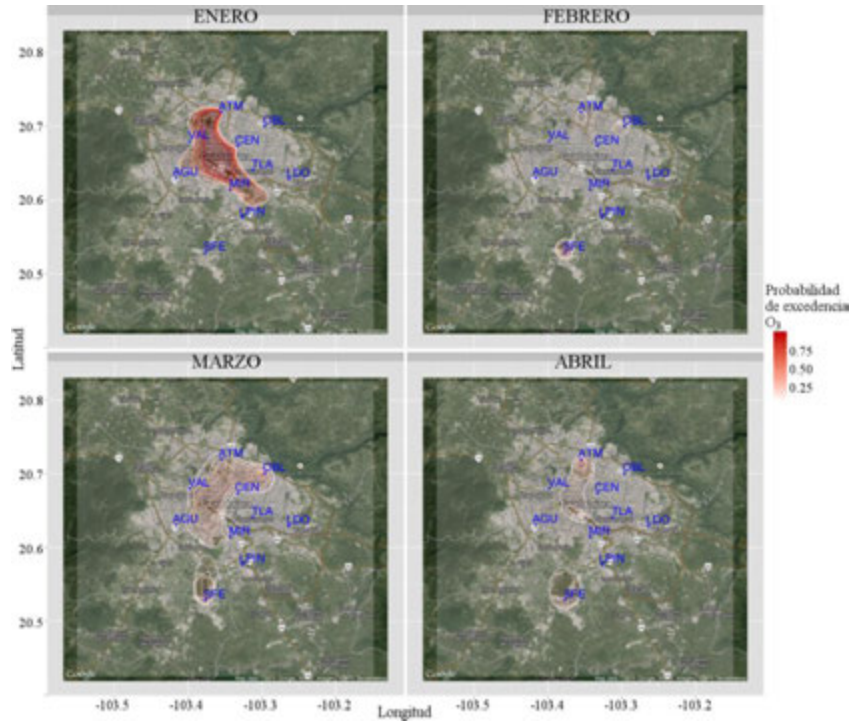


Fig. 17. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, primer cuatrimestre de 2013.

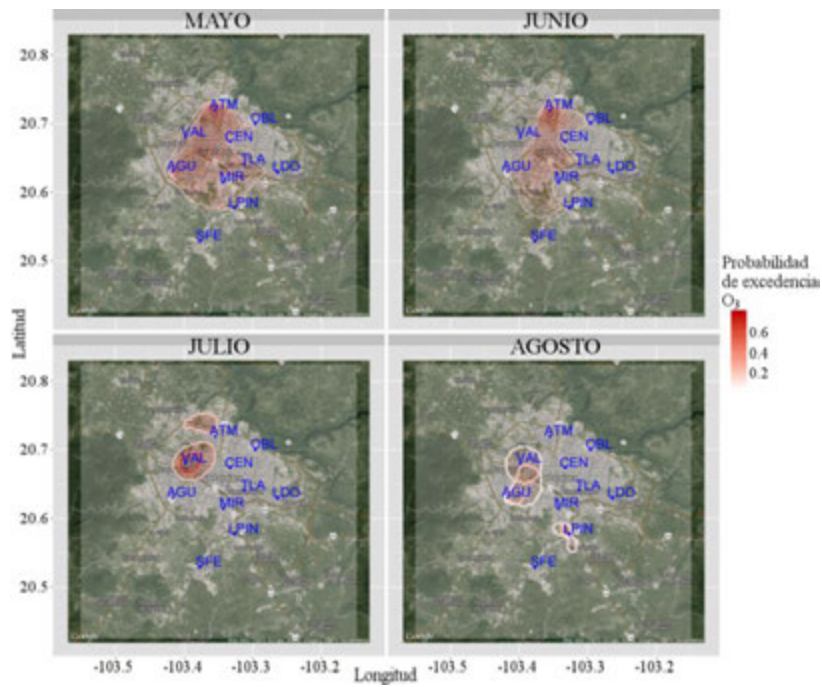


Fig. 18. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, segundo cuatrimestre de 2013.

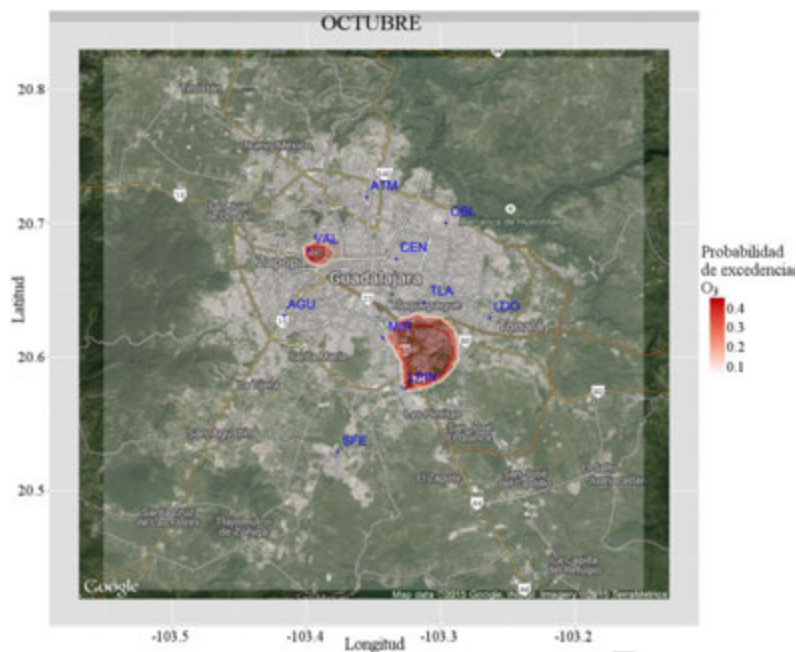


Fig. 19. Probabilidad regional de riesgo ambiental para O₃, octubre de 2013.

En las gráficas de las figuras 17 se puede observar que durante enero del 2013 se presentaron los valores de probabilidad más altos del año para la región de riesgo ambiental en concentraciones de O₃ (superior a 0.75) en la zona ubicada entre las estaciones de Atemajac, Vallarta, Centro, Las Águilas, Miravalle y extendiéndose hasta Las Pintas con probabilidad de riesgo menor a 0.25, seguido con valores de probabilidad baja (menores a 0.25) en los meses de febrero, marzo y abril del mismo año; además, la zona correspondiente a la estación Santa Fe (Tlajomulco de Zúñiga) también muestra probabilidades de riesgo ambiental y por otro lado, en la figura 18 se puede ver que la estación Vallarta muestra valores de probabilidad mayores a 0.5 para exceder la norma de calidad del aire por O₃ en el mes de julio. Destacando que en el tercer cuatrimestre no se excedió la norma de calidad del aire por O₃ en los meses de septiembre, noviembre y diciembre (figura 19), en tanto que durante octubre la probabilidad de exceder la norma supera el 0.4.

Por otro lado, en las gráficas de las figuras 19 y 20, se pueden observar las regiones de riesgo ambiental para concentraciones de PM₁₀, destacando por ejemplo que durante los meses de enero, febrero, marzo y mayo, se observan comportamientos similares al de los registros del año 2012 (figuras 14, 15 y 16), concentrándose sobre la zona correspondiente a la estación de las Pintas, destacando el mes de marzo con probabilidad de riesgo ambiental superior a 0.75 bajo condiciones que favorecen niveles altos de concentración de contaminantes en el aire. Además, se puede observar que la región de riesgo se extiende hacia la zona Centro de la ZMG durante los meses de mayo y diciembre, abarcando la estación de Miravalle, al sur suroeste de la ciudad, y cubriendo la región comprendida entre las estaciones de Oblatos, Centro, Tlaquepaque y Loma Dorada, en la parte sur sureste de la ciudad; en tanto que, durante los meses de julio y agosto la región de riesgo se concentra sobre la estación de Santa Fe, en el área de Tlajomulco de Zúñiga.

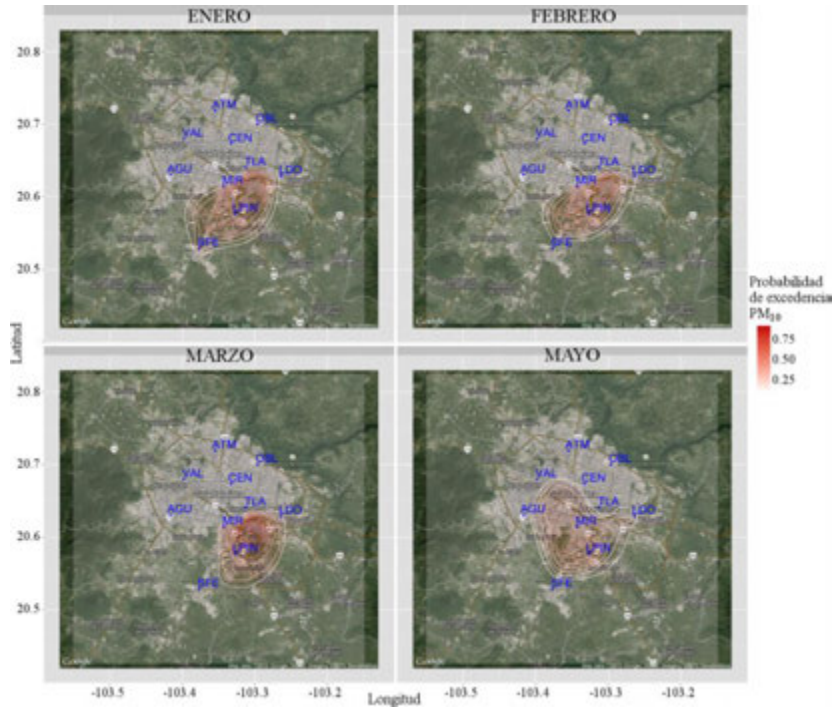


Fig. 20. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM₁₀, meses de enero, febrero, marzo, mayo de 2013.

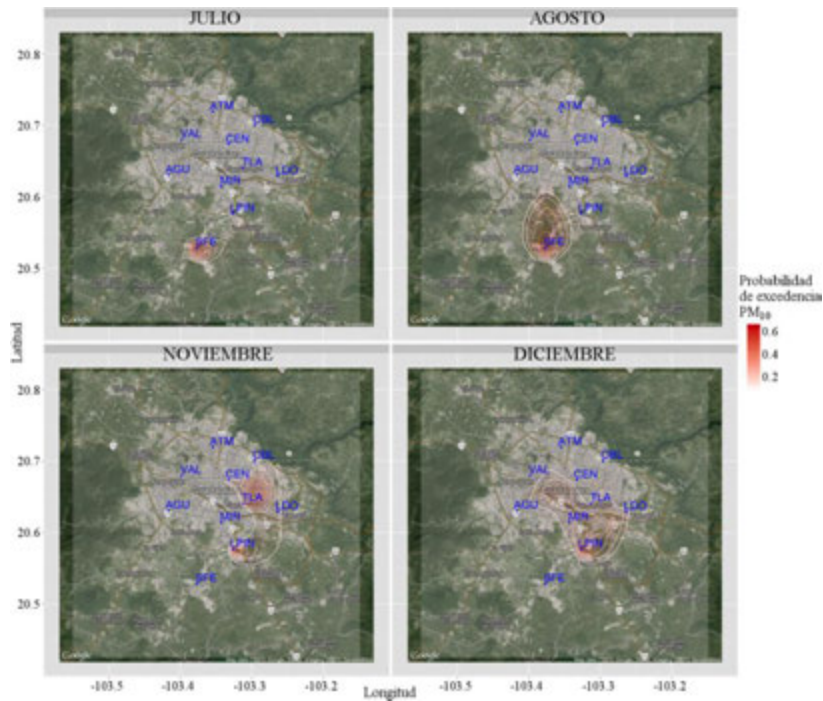


Fig. 21. Probabilidad regional de riesgo ambiental para PM₁₀, meses de julio, agosto, noviembre, diciembre de 2013.

Destaca nuevamente una marcada diferencia en el comportamiento espacial de los datos registrados durante el periodo 1996 – 2011 y lo correspondiente a 2013, sobresaliendo cierta similitud en el comportamiento espacial de los registros de 2012 y 2013.

IV. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este estudio se detectan regiones de riesgo ambiental por niveles altos en la concentración de los contaminantes (O_3 y PM_{10}) que exceden con más frecuencia la norma de calidad del aire en la ZMG.

El riesgo potencial en el que está expuesta la población por niveles altos de contaminantes del aire que respira, no ha tenido la debida atención en ciudades grandes como la ZMG; más aún, este estudio muestra que las regiones de riesgo ambiental sobrepasan el entorno próximo a las estaciones de monitoreo, detectando zonas que cubren incluso un gran porcentaje de la ciudad.

Se aplicó el método de interpolación espacial kriging, encontrando zonas de riesgo bien definidas, que exhiben una fuerte variación mensual en ambos contaminantes y entre los contaminantes analizados. Además, no se observa una constante en el comportamiento espacial de los contaminantes, por lo que se ve la necesidad de implementar una metodología que genere pronósticos para regiones de riesgo ambiental, lo que sugiere una estimación en tiempo real para mantener protegida a la población ante niveles de concentración de contaminantes que sobrepasan las normas de calidad del aire.

Se encontró que la región centro de la ZMG presenta valores altos de riesgo a concentraciones elevadas de PM_{10} en el periodo 01/01/1996 – 31/12/2011 y que en los años 2012 – 2013 la región de riesgo se ubica en la parte sur de la ZMG. Sobresaliendo que en 2013 la estación de Santa Fe muestra valores mayores a cero en términos de riesgo ambiental, lo que hace suponer que las condiciones atmosféricas (como dirección, intensidad del viento e inversión térmica) pueden favorecer el traslado de los contaminantes a dicha zona, ésta posibilidad apertura nuevas líneas de estudio.

En el caso del ozono, se detectaron regiones bien definidas en el periodo 01/01/1996 – 31/12/2011, sin embargo el mismo análisis para 2012 y 2013 muestra un comportamiento diferente, es decir, se refuerza la alta variabilidad espacio – temporal en las regiones de riesgo ambiental de la zona.

No hay evidencia para creer que las condiciones atmosféricas y geográficas de la zona sean contundentes para las regiones de riesgo ambiental. Los datos hacen suponer que dichas regiones de riesgo dependen más de los procesos químicos que incrementan la concentración de cada uno de los contaminantes atmosféricos.

RECONOCIMIENTOS

Los autores quieren expresar su reconocimiento al apoyo brindado por el personal de la Secretaría del Medio Ambiente y Desarrollo Territorial cuyas bases de datos son el sustento del presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] D.E. Abbey, N. Nishino, W.F. McDonnell, R.J. Burchette, S.F. Knutsen, W. Lawrence Beeson, J.X. Yang, J. Ame, "Long-term inhalable particles and other air pollutants related to mortality in nonsmokers," *Respir. Crit. Care Med.* 1999, 159(2), pp. 373-82.
- [2] CONAPO (2014) Consejo Nacional de la Población, "La distribución territorial de la población en México". Recuperado el 07 de noviembre de 2014, de <http://www.conapo.gob.mx/>.
- [3] N. Cressie, D.M. Hawkins (1980) "Robust Estimation of the Variogram: I", *Mathematical Geology*, Vol. 12, No. 2, pp. 115-125.

- [4] GEJ/SEMARNAP/SS (1997) Gobierno del Estado de Jalisco, Secretaría del Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, Secretaría Salud, "Programa para mejoramiento la calidad del aire en la Zona Metropolitana de Guadalajara 1997-2001,".
- [5] Iain M. Carey, Richard W. Atkinson, Andrew J. Kent, Tjeerd van Staa, Derek G. Cook, and H. Ross Anderson (2013) "Mortality Associations with Long-Term Exposure to Outdoor Air Pollution in a National English Cohort," *Am. J. Respir. Crit. Care Med.*, 187(11), pp. 1226-1233.
- [6] E. Jauregui, L. Godinez, F. Cruz (1992) "Aspects of the island in Guadalajara, Mexico," *Atmospheric Environment*, 26B(3), pp. 391-396.
- [7] Leticia Hernández-Cadena, Albino Barraza-Villarreal, Matiana Ramírez-Aguilar, Hortensia Moreno Macías, Paul Miller, Luz Carbajal, Isabelle Romieu (2007) "Morbilidad infantil por causas respiratorias y su relación con la contaminación atmosférica en Ciudad Juárez, Chihuahua, México," *Salud pública de México*, 49(1), pp. 27-36.
- [8] Murray M. Finkelstein, Michael Jerrett and Malcolm R. Sears (2004) "Traffic Air Pollution and Mortality Rate Advancement Periods," *Am. J. Epidemiol.*, 160(2) 173-177.
- [9] M. C. Nájera Cedillo (2005) "Análisis de Ozono de Troposfera baja registrado en la Zona Metropolitana de Guadalajara", Tesis de Maestría, Universidad de Guadalajara.
- [10] B. Ostro, "A search for a threshold in the relationship of air pollution to mortality: a re-analysis of data on London winters," *Environ. Health Perspect.*, 1984, 58, pp. 397-399.
- [11] C.A. Pope, D.V. Bates and M.F. Raizenne, "Health effects of particulate air pollution: Time for reassessment?," *Environ. Health Perspect.*, 1995a 103, 472-480.
- [12] C.A. Pope, M.J. Thun, M.M. Namboodiri, D.W. Dockery, J.S. Evans, F.E. Speizer and C.W. Heath, "Particulate air pollution as a predictor of mortality in a prospective study of U.S. adults," *Am. J. Respir. Crit. Care Med.*, 1995b 151, 669-674.
- [13] R. Sánchez Gómez, H.H. Calderón Flores, R. Fregoso Vázquez, E. Brito Muñoz, M.L. Rujano Silva y S. Sánchez Díaz (2010) "Análisis y estimación de datos perdidos en investigación aplicada", Editorial Universidad de Guadalajara, pp. 196.
- [14] C. Sarrat, A. Lemonsu, V. Masson, D. Guedalia (2006) "Impact of urban heat island on regional atmospheric pollution." *Atmos. Environment*, Elsevier, 40, pp. 1743-1758.
- [15] SEDESOL/CONAPO/INEGI (2007) Secretaría de Desarrollo Social, Consejo Nacional de Población, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática 2005, "Delimitación de las zonas metropolitanas de México 2005". Recuperado el 02 de diciembre de 2014, de http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/publicaciones/delimex_05/DZMM_2005_0.pdf.
- [16] SEMADET (2013) Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial, "Sitio de Sistema de Monitoreo Atmosférico de Jalisco", Recuperado el 10 de octubre de 2014, en <http://semadet.jalisco.gob.mx/medio-ambiente/calidad-del-aire/sitio-de-sistema-de-monitoreo-atmosferico-de-jalisco>.
- [17] SIMAJ/SEMADET (2014) Sistema de Monitoreo Atmosférico de Jalisco, Secretaría de Medio Ambiente y Desarrollo Territorial, Recuperado el 20 de mayo de 2014, en <http://siga.jalisco.gob.mx/aire/Datos.html>.
- [18] R.L. Smith, J.M. Davis, J. Sacks, P. Speckman and P. Styer (2000) "Regression models for air pollution and daily mortality: analysis of data from Birmingham, Alabama," *Environmetrics*, 11, 719-743.
- [19] SSA(2005) Secretaría de Salud, "MODIFICACION a la Norma Oficial Mexicana NOM-025-SSA1-1993", Recuperado el 20 de mayo de 2014, en <http://www.salud.gob.mx/unidades/cdi/nom/025ssa193.html>.
- [20] Tamara Schikowski, Inga C. Mills, H. Ross Anderson, Aaron Cohen, Anna Hansell, Francine Kauffmann, Ursula Krämer, Alessandro Marcon, Laura Perez1, Jordi Sunyer12, Nicole Probst-Hensch and Nino Künzli (2014) "Ambient air pollution: a cause of COPD?," *European Respiratory Journal* 43(1) pp. 250-263.
- [21] I.E. Tereshchenko, R. Sánchez Gómez (1996) "Acerca de la estructura vertical de la atmósfera sobre la Zona Metropolitana de Guadalajara," *GEOS, Unión Geofísica Mexicana, Boletín Informativo, época II, volumen 16 No. 4* Noviembre de 1996, p.176.

- [22] ----- (1997) "Resultados de los estudios de las inversiones térmicas sobre la ciudad de Guadalajara, Mexico," GEOS, Unión Geofísica Mexicana, Boletín Informativo, 17(4), pp. 195-196.
- [23] Thad Godish (2004) "Air Quality," 4th Edition. Lewis Publishers.